

ÉCOLE DOCTORALE ONDES ET MATIÈRE

## THÈSE DE DOCTORAT

Présentée par

**Yoann Levy**

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PARIS XI

---

# Étude numérique et modélisation des instabilités hydrodynamiques dans le cadre de la fusion par confinement inertiel, en présence de champs magnétiques auto-générés

---

Soutenue le : 13.07.2012  
Devant le Jury composé de :

M. Dimitri <b>Batani</b>	Professeur de l'université Bordeaux 1	Rapporteur
M. Guy <b>Bonnaud</b>	Professeur INSTN	Examineur
M. Benoit <b>Canaud</b>	Chercheur au CEA-DIF	Directeur de thèse
M. Claude <b>Deutsch</b>	Professeur émérite de l'université Paris Sud	Examineur
M. Ludovic <b>Hallo</b>	Chercheur au CEA-CESTA	Rapporteur
M. Michel <b>Primout</b>	Chercheur au CEA-DIF	Examineur



# REMERCIEMENTS

*Plus qu'une formation par la Recherche, cette thèse a été une véritable leçon de vie. Quelle expérience ! Alors étudiant de Master à l'Université de Sciences et Technologies Bordeaux 1, je ne réalisais pas complètement le sens de cette avertissement que l'on m'avait fait et qui raisonne encore dans ma tête : « c'est loin d'être une balade de santé ! »*

*Durant ces trois années et demi, j'ai heureusement eu la chance d'évoluer sous la direction de Benoit Canaud qui a fait preuve de beaucoup de patience, d'enthousiasme et m'a beaucoup appris. Mes premiers remerciements vont donc tout naturellement à toi Benoit. Merci d'avoir été aussi disponible, merci pour ton soutien dans les moments critiques sans lequel peu de choses auraient abouti, merci pour ton optimisme tellement moteur, ta bonne humeur aussi, sans oublier le Bass, le Schaum, le Atzeni et le café.*

*J'ai eu la chance de travailler à l'aide d'outils numériques poussés, développés in situ et je tiens à remercier vivement Stéphane Jaouen et Marc Wolff qui ont produit, arrangé et m'ont permis d'utiliser ces codes : LPC-MHD et HADES. Sans eux, une partie significative de ce travail n'aurait été possible. Merci aussi pour votre disponibilité, toutes vos réponses et vos conseils.*

*Je tiens à remercier Ludovic Hallo pour m'avoir fait le plaisir de rapporter ma thèse avec patience et pour toutes ses remarques constructives. Merci aussi à Dimitri Batani d'avoir accepté de rapporter ma thèse et pour nos échanges lors de la soutenance. Je remercie également Guy Bonnaud, responsable du Master Sciences de la Fusion auquel nous sommes nombreux à avoir participé au CEA, pour avoir présidé mon Jury de thèse. Je suis également très reconnaissant envers Claude Deutsch et Michel Primout qui ont accepté de faire partie du Jury et qui ont essuyé quelques modifications de date de soutenance.*

*J'ai réalisé ce travail de thèse au CEA/DIF, à Bruyères-le-Châtel et je remercie Daniel Vanderhaegen, Laurence Bonnet et Erik Lefebvre pour m'avoir accueilli au sein du département. Plus particulièrement, merci à Laurence pour son soutien, ses relectures et*

---

*l'enthousiasme qu'elle communique au couloir entier.*

*L'environnement dans lequel j'ai évolué est également important pour moi. J'ai eu la chance de bénéficier de cadres très motivants aussi bien à l'extérieur qu'au labo, que j'ai occupé une partie non négligeable de ces trois ans et demi. Ainsi, je remercie toutes les personnes qui m'ont aidé et qui ont contribué à rendre ces ambiances si agréables.*

*Commençons par le centre et le laboratoire dans lequel s'est déroulé ma thèse, avec les clés d'une journée idéale.*

*6h45. « Vous avez un nouveau message ». C'est Débo ! « Je suis dans le RER, il trace, je serai à l'heure ». 7h06, Massy-Palaiseau. Effectivement, c'est le début d'une journée version Early Session Party © avec Déborah Elbaz, ma co-bureau déjà depuis le stage Fusion ! Mais que je n'ai quasiment jamais vu énervée pour autant et qui diffuse cette bonne humeur si apaisante... Merci pour tous ces moments partagés au labo, bureau 251 puis 244, du chocolat aux imitations de bruits de néons ou de la machine à café, en passant par la course à pied et toutes ces Early Session Party ©. Mais aussi pour le « hors-labo » : ces samedis matins où on réveillait tes voisins à coups de Muse, les concerts, mon premier ballet, la danse classique légère, les petits déj' massicois, tes tiramisù, tes conseils toujours réfléchis et adéquats, tes encouragements, tes relectures fructueuses et pour m'avoir fait répéter... Pour tout ça, merci Débo.*

*7h45. Arrivée au labo, un café s'impose et c'est parti. On va récolter des petites simus, dépouiller tout ça et... comment on fait ça en Matlab ? Heureusement il y a... (non pas Findus) Vincent Brandon ! De la « Dream Team » Direct Drive et que je tiens à remercier chaleureusement. Merci pour tes innombrables dépannages Matlab (et la routine Goncharov-Betti!!!), qui m'ont permis de mettre en place mes post-traitements, merci pour tous les petits trucs que tu connais toujours (que ce soit pour des scripts Awk, Shell ou pour Pôle-Emploi...), pour Inkscape et pour tous tes encouragements et conseils avisés que tu prodigues avec une disponibilité déconcertante. Entre temps, la porte du bureau voisin s'est ouverte avec un élan certain, et un « Salut Débo, salut Yoann, salut Vincent ! » retentit. C'est Benoit, qui vient rajouter une bonne dose d'enthousiasme. Ça fait du bien ! Merci encore Benoit.*

*10h00. Café ! Un petit coucou à tous les thésards nombreux durant cette période au CEA/DIF, avec qui j'ai beaucoup échangé et qui ont contribué à rendre l'atmosphère plus chaleureuse en salle info, autour de la machine à café ou directement dans leur bureau. Merci donc à Michaël Carrié, pour cette autre vision de la vie et la reconversion dans l'élevage de chèvre dans le Larzac, à Aude Champmartin et Franck Dambakizi pour les sessions courses, Xavier Davoine pour toutes les questions sur les rétentions, les sauvegardes, tes conseils et également la course et encore Mattieu Drouin et Émeric Falize. Plus de ma « génération », merci à Alexandre Friou pour ta carte café, ta dépendaison de crémaillère vraiment sensationnelle, beamer et pour ton flegme indiscutable parsemé de ces délires intenses. Merci à Gauthier Folzan pour le covoiturage, ta cafetière magique, pour assurer les Paquito quand tout va mal et pour ton aide sur les méthodes ALE et autres explications... Merci aux deux Mistinguettes, Sarah Mauger et Zohra Hammouch pour avoir rythmé ce début de thèse comme il se doit de chocolat, gâteaux, muffins (chocolat blanc-nougatine Sarah ! c'est les meilleurs !)... Zohra, je n'oublie pas ta petite phrase magique, qui, chantée (comme pour aller à la CAMS par exemple ;) me donne toujours*



*autant de motivation.*

*11h30-12h00. Un rassemblement passé avec un accent marseillais bien prononcé, et c'est parti pour une petite heure de course à pied dans les environs du centre qui « sentent bon la nature ». Merci donc à Christian Quine pour nous avoir motivé et coaché lors de ces séances d'endurance et de fractionnés... Le midi c'est également l'occasion d'aller manger avec les thésards et post-doc DCSA (même si j'ai souvent loupé ces rendez-vous en période de rush). Merci donc à Cédric Chevalier, Laurent Dastugues, Daniel Chauvehaid, Quentin Porcherot, pour toutes ces discussions et moments partagés. Partagés également avec les thésards et stagiaires de la nouvelle génération Charles, Fabien, Frédéric, Florian, Gabriel, Grégoire, Jérémy, Julie, Julien, Robin, Romain, Vincent, Yalis, Yann...*

*17h15 : c'est l'heure de « s'en jeter un derrière la cravate », non ? Si ! Merci à Serge Bouquet pour ces dégustations improvisées, de mirabelle, de poire ou les instants Aberlour 12 ans d'âge, Lagavulin 16 ans d'âge (hou... le bacon...), Glen Goyn, ou encore les gradients de chocolat. Je n'oublie pas non plus les leçons « parler creux sans peine ». Mais faut pas faire le malin ! Merci aussi pour le prêt de tes livres, tes conseils, explications, et de m'avoir ramené plusieurs fois après fermeture à Massy avec la voiture du dimanche.*

*19h30. « Votre attention s'il vous-plaît. Il est 19h30. Les salariés n'ayant pas l'autorisation de rester sur le centre après l'heure règlementaire de fermeture sont invités à regagner la sortie. » Tout est dit. Merci à ma Saxo 1.0 de ne pas m'avoir lâché dans les moments critiques... Heureusement, même en cas de panne, il y avait aussi les bus pour aller au labo ! Et particulièrement le bus 3A (le meilleur =) où j'ai pu faire la connaissance de Arnaud, Gaël, Julien. Merci pour votre entrain de bon matin les gars, ça fait du bien !*

*Au labo, le cadre de cette thèse c'est aussi, l'ambiance cordiale qui peut y régner grâce à de nombreuses personnes qui disent bonjour (si si !). Merci à Sylvie Dulac pour sa disponibilité, sa gentillesse, sa bonne humeur. Merci aussi à Brigitte Flouret, Michelle Courtin, Alain Bayle. Merci à Evelynne Pignon et Christine Gaumont pour tous les exports à la chaîne... Merci à Séverine Candau pour ses conseils. Merci aux chercheurs du couloir et du centre qui m'ont aidé, qui ont assisté à mes répétitions, ou simplement pour leur bonne humeur ! Merci notamment à Stéphane Laffite pour mes débuts avec FCI2, à Claude Bonniface pour ses conseils, quelques livres de MHD et pour son aide sur certains points d'utilisation du code, à Christine Clique pour ses encouragements, son allégresse et à Guillaume, mon co-bureau de fin de thèse, pour tes conseils dans de nombreux domaines. Je remercie également Laurent Véron pour son soutien aux thésards et Anne-Marie Lubas pour ses conseils.*

*Merci aussi à Rachel Nuter. Merci pour tes encouragements, ton enthousiasme, pour ces matchs de coupe du monde l'an dernier (quelle finale !!!), pour l'aide que tu proposes chaque fois et aussi pour LosHBardos bien sûr ! J'en profite pour remercier toute l'équipe de LosHBardos pour ces répèt' endiablées qui ont rythmé certains moments difficiles : merci à ceux que je n'ai pas encore cité : Audrey, Audrey, Camille, Géraldine, Josiane, Nathalie, Christian, Guillaume, Jean-Mi, Manu, Marc, Marco, Noël, Pascal, Pierre, Sébastien, sans oublier Pierre (le Dos !) pour tes supers plans (notamment à La Boulie) mais également pour ton aide en fin de thèse.*

*Mais il n'y a pas que le labo dans la vie ! Et mon entourage à joué pour beaucoup dans l'accomplissement de ce travail.*

---

*Merci notamment à Madame la Baronne de Soullignac et Monsieur le Baron de Lasvaux pour votre joie de vivre, nos coup de blues et motivations mutuelles. Cet épisode du 14 décembre 2010 m'aura sérieusement mis la pression Seb ! À ton tour maintenant Binôme ! Merci aussi pour cette semaine d'août en contrée Fribourgeoise, il y a maintenant presque un an, si stimulante et qui m'a permis de lancer sérieusement la machine rédactionnelle en vue de la production de ce mémoire. Sans oublier cette éprouvante via ferrata, peu avant la soutenance, véritable relâchement... Enfin, merci d'avoir fait tant d'efforts pour assister à ma soutenance, ça m'a fait plaisir de partager ça avec vous !*

*Merci à Daminou, Philou, pour votre soutien malgré la distance, et Phiphi pour tes encouragements transatlantiques et ce séjour en pays Québécois, parfumé à l'alloc, qui m'a vraiment ressourcé. Merci aussi à Michaël pour l'évasion à travers ta culture littéraire (notamment sur l'Ile de Monte-Cristo sans bouger de mon canap') que tu m'as faite découvrir. L'évasion c'est aussi se donner, évacuer la pression, et puis décompresser lors d'une bonne troisième mi-temps... merci à tous les potes du Rambouillet Sport Rugby.*

*Merci aussi à tous les potes Fusion que je n'ai pas encore cité avec qui j'ai passé des soirées à la fois stimulantes par la mise en commun de nos expériences de thèse et toujours très cool. J'espère que l'on restera longtemps en contact. Merci donc à Al, Arnaud, Ben, Bob, Chantal, Flo (merci pour tes conseils et tes encouragements qui m'ont vraiment touchés), Kintou, Nico, Thibs sans oublier Grégoire avec qui j'ai beaucoup partagé pendant la thèse : outre notre colloc', merci pour les séances de piscine/muscu, le Piquebroche, les instants cool kick, ta culture cinématographique et musicale et ces soirées mémorables, comme avec ce bon petit château Margaux, c'était énorme...*

*Du côté de l'équipe doctorale de Paris Sud et de l'EDOM, merci à Martine Basset, Bernard Bourguignon, Christophe Blondel, Françoise Cosnuaud, Laurence Gandois, Marie-Christine Mignier, Dominique Villemin pour leur patience, leur efficacité et leur gentillesse.*

*Je remercie également toutes les personnes qui ont pu passer à ma soutenance de thèse ou au pot qui a suivi, j'ai vraiment été heureux de les voir. Je ne me lance pas dans une énumération de peur d'en oublier ! Merci beaucoup aussi à ceux qui ont aidé à sa préparation et à sa mise en place*

*Je tiens particulièrement à te remercier Amande (désolé pour le 4 juin) pour ton soutien et d'avoir été là, de t'être coltiné un long voyage, pas vraiment idyllique j'imagine, pour venir à ma soutenance. Merci évidemment aussi à Maman pour ta préparation du pot avec toujours autant d'efficacité en cuisine, le Sauternes et Papa, également pour le pot, les cannelés mais aussi pour les multiples dépannages téléphoniques dont celui du disjoncteur différentiel une semaine avant la soutenance...*

*Enfin, je tiens à remercier mes sponsors, les cafés Robusta Winny et boissons énergisantes V7 pour m'avoir permis d'encaisser le coup.*

# RÉSUMÉ

Dans le cadre de la fusion par confinement inertiel, nous présentons une analyse des effets du champ magnétique sur le développement linéaire des instabilités de Richtmyer-Meshkov, en magnétohydrodynamique idéale d'une part, et de Rayleigh-Taylor au front d'ablation, dans les phases d'accélération et de décélération d'autre part.

À l'aide d'un code linéaire de perturbation, nos simulations mono mode nous permettent de confirmer, pour l'instabilité de Richtmyer-Meshkov, la stabilisation apportée par la composante du champ magnétique parallèle au vecteur d'onde des perturbations de l'interface, dont l'amplitude oscille au cours du temps. Nous montrons que la prise en compte de la compressibilité n'apporte pas de changements significatifs par rapport au modèle impulsif incompressible existant dans la littérature.

Dans nos simulations numériques bidimensionnelles, en géométrie plane, de l'instabilité de Rayleigh-Taylor dans la phase d'accélération, nous prenons en compte le phénomène d'auto-génération de champ magnétique induite par cette instabilité. Nous montrons qu'il est possible d'atteindre des valeurs de champ de l'ordre de quelques teslas et que la croissance de l'amplitude des perturbations transite plus rapidement vers un régime de croissance non-linéaire avec, notamment, un développement accru de la troisième harmonique. Nous proposons également une adaptation d'un modèle existant, étudiant l'effet d'anisotropie de conductivité thermique sur le taux de croissance de l'instabilité de Rayleigh-Taylor au front d'ablation, pour tenter de prendre en compte les effets des champs magnétiques auto-générés sur le taux de croissance de l'instabilité de Rayleigh-Taylor.

Enfin, dans une étude numérique à deux dimensions, en géométrie cylindrique, nous analysons les effets des champs magnétiques auto-générés par l'instabilité de Rayleigh-Taylor dans la phase de décélération. Cette dernière étude révèle l'apparition de champs magnétiques pouvant atteindre plusieurs milliers de teslas sans pour autant affecter le comportement de l'instabilité de Rayleigh-Taylor.



# ABSTRACT

In the context of inertial confinement fusion we investigate effects of magnetic fields on the development in the linear regime of two hydrodynamic instabilities : Richtmyer-Meshkov instability using ideal magnetohydrodynamics and ablative Rayleigh-Taylor instability in both acceleration and deceleration stages.

Direct numerical simulations with a linear perturbation code enable us to confirm the stabilizing effect of the component of the magnetic field along the perturbations wave vector. The amplitude doesn't grow linearly in time but experiences oscillations instead. The compressibility taken into account in the code does not affect predictions given by an already existing impulsive and incompressible model.

As far as Rayleigh-Taylor instability is concerned we study the effects of self-generated magnetic fields that arise from the development of the instability itself. In the acceleration stage we perform two dimensional simulations in planar geometry. We show that magnetic fields of about 1T can be generated and that the instability growth transits more rapidly into nonlinear growth with the enhancement of the development of the third harmonic. We also propose an adaptation of an existing model that aims at studying thermal conductivity anisotropy effects, to take into account the effects of the self-generated magnetic fields on the Rayleigh-Taylor instability growth rate.

Finally, in the deceleration stage, we perform two dimensional simulations in cylindrical geometry that take into account self-generation of magnetic fields due to the instability development. It reveals magnetic fields of about several thousands of teslas that are not strong enough though to affect the instability behavior.



# TABLE DES MATIÈRES

<b>Introduction</b>	<b>5</b>
Le procédé de fusion par confinement inertiel en attaque directe . . . . .	8
Les différentes étapes et scénarios . . . . .	8
Détails du processus en attaque directe . . . . .	9
Les instabilités hydrodynamiques en FCI . . . . .	12
Les champs magnétiques en FCI . . . . .	13
<b>1 Les instabilités de Richtmyer-Meshkov et Rayleigh-Taylor</b>	<b>15</b>
1.1 Le contexte MHD du problème . . . . .	16
1.1.1 Description hydrodynamique du plasma . . . . .	18
1.1.2 Description magnétohydrodynamique du plasma . . . . .	19
1.1.2-a) Équations associées . . . . .	19
1.1.2-b) Relations de fermeture de Braginskii . . . . .	22
1.1.2-c) Système fermé . . . . .	24
1.1.2-d) Système de la MHD idéale . . . . .	27
1.2 État de l'art . . . . .	27
1.2.1 L'instabilité de Richtmyer-Meshkov . . . . .	27
1.2.1-a) Le modèle impulsional . . . . .	27
1.2.1-b) La théorie linéaire compressible . . . . .	28
1.2.1-c) Le développement non linéaire . . . . .	29
1.2.1-d) L'IRM avec champ magnétique . . . . .	29
1.2.2 L'instabilité de Rayleigh-Taylor . . . . .	30
1.2.2-a) Les premiers travaux sur l'IRT . . . . .	31
1.2.2-b) L'IRT en présence de champ magnétique . . . . .	31
1.2.2-c) L'IRT en FCI . . . . .	31
1.2.2-d) Comportement non linéaire . . . . .	33
1.2.3 L'IRT et les champs auto-générés . . . . .	34
1.3 Modèles des instabilités de RM et RT en phase linéaire . . . . .	35

---

1.3.1	Un exemple de linéarisation : idéalisation du problème de l'IRT . . .	35
1.3.2	L'IRM et le modèle impulsif . . . . .	37
1.3.3	Le problème linéarisé de l'IRM . . . . .	37
1.3.3-a)	Lorsqu'une onde de choc est réfléchie . . . . .	37
1.3.3-b)	Lorsqu'une onde de détente est réfléchie . . . . .	41
1.3.4	L'IRT ablative et le modèle de Goncharov-Betti . . . . .	43
1.3.4-a)	Pour les grands nombres de Froude $Fr \gg 1$ . . . . .	44
1.3.4-b)	Pour les faibles nombres de Froude $Fr \ll 1$ . . . . .	44
1.3.4-c)	Raccord . . . . .	45
1.3.5	D'autres aspects de l'IRT ablative . . . . .	45
1.4	Linéarisation des équations de la MHD . . . . .	47
<b>2</b>	<b>L'instabilité de Richtmyer-Meshkov avec champ magnétique</b>	<b>51</b>
2.1	L'IRM avec champ selon Qiu <i>et al.</i> . . . . .	52
2.2	Description analytique en fluides compressibles . . . . .	54
2.2.1	linéarisation des équations . . . . .	54
2.2.1-a)	Équation vectorielle . . . . .	54
2.2.1-b)	Projection . . . . .	55
2.2.2	Quelques géométries particulières . . . . .	56
2.2.2-a)	Cas où $\mathbf{B}$ est perpendiculaire à $\mathbf{k}$ et à la direction de propagation . . . . .	56
2.2.2-b)	Cas où $\mathbf{B}$ est parallèle à $\mathbf{k}$ . . . . .	56
2.2.2-c)	Cas où $\mathbf{B}$ est parallèle à la direction de propagation . . . . .	57
2.2.3	Discussion . . . . .	57
2.3	Les résultats numériques . . . . .	58
2.3.1	Le code numérique LPC-MHD . . . . .	58
2.3.1-a)	Description . . . . .	58
2.3.2	Résultats . . . . .	59
2.3.2-a)	Cas où $\mathbf{B}$ est perpendiculaire à $\mathbf{k}$ et à la direction de propagation . . . . .	59
2.3.2-b)	Cas où $\mathbf{B}$ est parallèle à $\mathbf{k}$ . . . . .	59
<b>3</b>	<b>L'IRT au front d'ablation en phase d'accélération</b>	<b>63</b>
3.1	Description du problème . . . . .	65
3.1.1	Configuration simplifiée . . . . .	65
3.1.2	Le code de calcul . . . . .	66
3.1.3	Hydrodynamique de base . . . . .	68
3.1.4	Initialisation des perturbations . . . . .	69
3.1.5	Modélisation du laser . . . . .	71
3.2	Comportement de l'IRT sans champ magnétique . . . . .	72
3.2.1	Méthode d'évaluation des perturbations . . . . .	72
3.2.2	Taux de croissance de l'IRT en régime linéaire . . . . .	74
3.2.3	Comparaison au modèle de Goncharov-Betti . . . . .	77
3.3	L'IRT en présence de champs magnétiques auto-générés . . . . .	81
3.3.1	Processus de génération . . . . .	81
3.3.2	L'influence du champ sur l'instabilité . . . . .	84



3.3.3	Adaptation du modèle de Masse à l'IRT avec champs magnétiques auto-générés . . . . .	90
<b>4</b>	<b>L'IRT en phase de décélération sans et avec champs auto-générés</b>	<b>99</b>
4.1	Initialisation des calculs numériques . . . . .	101
4.1.1	hydrodynamique de base . . . . .	102
4.1.2	Les perturbations . . . . .	102
4.2	Résultats numériques sur l'IRT en phase de décélération . . . . .	105
4.2.1	Sans champ magnétique . . . . .	105
4.2.2	Avec les champs magnétiques auto-générés . . . . .	107
4.3	Discussion . . . . .	110
4.3.1	Quantification des champs auto-générés . . . . .	110
4.3.2	Effet des champs magnétiques sur l'IRT . . . . .	116
4.4	Incidence sur le fonctionnement de la cible . . . . .	119
	<b>Conclusions</b>	<b>121</b>
<b>A</b>	<b>Obtentions des équations MHD</b>	<b>125</b>
A.1	Conservation de la masse . . . . .	126
A.2	Conservation de la quantité de mouvement . . . . .	126
A.3	La loi d'Ohm généralisée . . . . .	128
A.4	Conservation de l'énergie totale . . . . .	129
A.5	Équation d'évolution du champ magnétique . . . . .	129
<b>B</b>	<b>Précisions sur l'utilisation de LPC-MHD</b>	<b>131</b>
B.1	Initialisation de la configuration de l'IRM . . . . .	131
B.2	Étude de convergence . . . . .	131
B.2.1	Maillage uniforme . . . . .	132
B.2.2	Maillage à progression géométrique . . . . .	132
B.3	Quelques tests de base . . . . .	133
<b>C</b>	<b>Précisions sur l'utilisation de HADES</b>	<b>135</b>
C.1	Résolution maximale dans les calculs . . . . .	135
C.1.1	Les polynômes de Legendre et la géométrie . . . . .	135
C.1.2	« Longueur d'onde » et résolution . . . . .	136
C.1.3	Amplitude des perturbations . . . . .	137
C.2	Amplitudes et non-linéarité . . . . .	137
C.2.1	Saturation de l'instabilité . . . . .	139
C.3	Allure des profils radiaux des perturbations avec et sans champ . . . . .	140



# PRINCIPALES NOTATIONS ADOPTÉES

Pour différencier les vecteurs des scalaires, nous les avons typographiés, sauf cas particuliers, en gras. Les tenseurs d'ordre 2 sont, en plus d'être en gras, surmonté de deux barres. Ainsi,  $\overline{\overline{\mathbf{A}}}$  est un tenseur d'ordre 2,  $\mathbf{A}$ , un vecteur et  $A$  un scalaire.  $\overline{\overline{\mathbf{I}}}$  est la matrice identité.

Les produits vectoriels sont noté  $\times$ , et les produits tensoriel entre deux vecteurs sont implicites (par exemple  $\mathbf{u}_\alpha \mathbf{u}_\alpha$ ).

Enfin, nous présentons la liste des variables importantes, ou qui peuvent prêter à confusion, utilisées dans ce mémoire.

Variables	Description (unités SI)
-----------	-------------------------

$A_l$	amplitude de perturbation du mode $l$ (m)
$a_0$	amplitude initiale des perturbations (m)
$\beta$	rapport des pressions cinétique sur magnétique
$\tilde{\beta}$	inverse de $\beta$ : rapport des pressions magnétique sur cinétique
$\overline{\overline{\beta}}$	tenseur thermoélectrique (sans unité)
$\mathbf{B}$	champ magnétique (T)
$\tilde{B}$	facteur dans notre évaluation de l'expression du champ auto-généré (T.m.s <sup>-1</sup> )

---

$\tilde{\chi}$	facteur dans notre évaluation du paramètre de Hall par auto-génération de champs magnétiques ( $T^{-1}$ )
$\chi_e$	paramètre de Hall électronique
$C_p$	capacité thermique massique à pression constante ( $J.kg^{-1}.^{\circ}K^{-1}$ )
$\delta\rho$	amplitude des perturbations de densité (voir la section 3.2.1) ( $kg.m^{-3}$ )
$\delta\rho/\rho$	amplitude normalisée des perturbations de densité (voir également la section 3.2.1)
$D$	coefficient d'anisotropie de la conductivité thermique dans le modèle de Masse
$\epsilon$	énergie interne spécifique ( $J.kg^{-1}$ )
$e$	énergie totale spécifique ( $J.kg^{-1}$ )
$e$	également charge élémentaire ( $1,602.10^{-19}$ C)
$\mathbf{E}$	champ électrique ( $V.m^{-1}$ )
$f_l$	coefficient ajustable dans les limiteurs de flux
$\gamma$	taux de croissance de l'instabilité ( $s^{-1}$ )
$\gamma_0, \gamma'_0, \gamma''_0, \gamma'_1, \gamma''_1 \dots$	coefficients multiplicateurs intervenant dans les expressions des conductivités thermiques selon Braginskii
$\gamma^{GB}$	taux de croissance de l'instabilité de Rayleigh-Taylor selon le modèle de Goncharov-Betti ( $s^{-1}$ )
$\gamma^M$	taux de croissance de l'instabilité de Rayleigh-Taylor selon le modèle de Masse ( $s^{-1}$ )
$\gamma_s$	rapport entre les capacités thermiques massiques à pression constante et à volume constant
$g$	accélération du front d'ablation ( $m.s^{-2}$ )
$\mathbf{J}$	densité de courant ( $C.m^{-2}.s^{-1}$ )
$\kappa$	conductivité thermique ( $m^{-1}.s^{-1}$ ). Dans certains ouvrages, la conductivité est en $J.m^{-1}.s^{-1}.^{\circ}K^{-1}$ et correspond, selon notre notation, à $k_B\kappa$ .
$k$	nombre d'onde des perturbations ( $m^{-1}$ )
$k_B$	constante de Boltzmann ( $1,381.10^{-23}$ J. $^{\circ}K^{-1}$ )
$k_c$	nombre d'onde de coupure ( $m^{-1}$ )
$l_0$	numéro de mode d'initialisation des perturbations
$L_0$	épaisseur caractéristique du front d'ablation (m)
$L_{min}$	longueur de gradient minimum du profil de densité (m)
$\dot{m}_a$	taux de masse ablaté ( $kg.m^{-2}.s^{-1}$ )

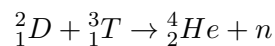
$\nu$	exposant dans la loi de puissance de la conductivité thermique, ajustée dans le modèle de Goncharov-Betti
$\nu_{ei}$	fréquence de collision électrons-ions ( $s^{-1}$ )
$\nu_{ii}$	fréquence de collision ions-ions ( $s^{-1}$ )
$n_e$	densité électronique ( $m^{-3}$ )
$n_i$	densité ionique ( $m^{-3}$ )
$\omega_{ce}$	fréquence cyclotronique électronique ( $s^{-1}$ )
$\omega_{pe}$	fréquence plasma électronique ( $s^{-1}$ )
$\Pi$	profil de pression normalisé à sa valeur au maximum de densité dans le modèle de Goncharov-Betti (avec l'indice « n » pour le profil numérique)
$\overline{\Pi}$	également tenseur des contraintes visqueuses (Pa)
$p$	pression (Pa)
$\overline{\mathbf{P}}$	tenseur de pression cinétique (Pa)
$P_m$	pression magnétique (Pa)
$\rho$	masse volumique ( $kg.m^{-3}$ )
$\rho$	également résistivité ( $\Omega.m$ )
$r$	constante spécifique d'un gaz parfait, rapport entre la constante universelle des gaz parfaits, $R$ et la masse molaire du gaz ( $J.kg^{-1}.^{\circ}K^{-1}$ )
$\mathbf{q}$	flux de chaleur ( $J.m^{-2}.s^{-1}$ )
$q_l$	limiteur de flux
$R$	constante universelle des gaz parfaits ( $J.mol^{-1}.^{\circ}K^{-1}$ )
$r_{L\alpha}$	rayon de Larmor des particule d'espèce $\alpha$ (m)
$\sigma$	conductivité électrique ( $\Omega^{-1}.m^{-1}$ )
$T$	température ( $^{\circ}K$ )
$\mathbf{u}, u, U$	vitesse fluide ( $m.s^{-1}$ )
$v_a$	vitesse d'ablation ( $m.s^{-1}$ )
$\xi$	profil de densité normalisé à la densité maximum dans le modèle de Goncharov-Betti (avec l'indice « n » pour le profil numérique)
$Z_i$	numéro atomique de l'ion considéré (souvent moyen)



# INTRODUCTION

Depuis la déclassification des travaux de fusion dans les années 1950, notamment sur les pinches, la voie de la fusion nucléaire civile, en vue de produire de l'énergie, prend de plus en plus d'ampleur. On cherche en effet des solutions pérennes de production d'énergie qui répondent à nos besoins dans le but de pallier les manques logiques de combustibles fossiles.

La fusion nucléaire est une alternative. Elle repose sur le dégagement important d'énergie lorsque deux noyaux légers fusionnent en un noyau fils dont l'énergie de liaison par nucléon est plus importante. Dans notre cas, les noyaux d'éléments légers sont le deutérium et le tritium, qui peuvent être abondamment créés. Les produits de cette réaction sont un noyau d'hélium 4, ou particule  $\alpha$ , et un neutron :



L'énergie dégagée vaut  $\mathcal{E}_{\text{fus}} = 17,6 \text{ MeV}$  et la puissance volumique est donnée par le produit des densités de tritium, de deutérium, du taux de réaction  $\langle \sigma v \rangle$  et de cette énergie  $\mathcal{E}$ . En considérant un mélange équimolaire de deutérium et de tritium, elle vaut

$$W_{\text{fus}} = n^2 \langle \sigma v \rangle \mathcal{E}_{\text{fus}} \sim 7.10^{-7} n^2 \langle \sigma v \rangle \text{ W.m}^{-3} \quad (1)$$

Lors de cette réaction, la particule  $\alpha$  est émise avec une énergie cinétique d'environ  $\mathcal{E}_\alpha = 3,5 \text{ MeV}$  et le neutron emporte les 80% d'énergie restante :  $\mathcal{E}_n = 14,1 \text{ MeV}$ .

**Fusion thermonucléaire** Pour fusionner les noyaux de tritium et de deutérium, on cherche à leur faire acquérir des énergies cinétiques suffisantes pour vaincre leur répulsion coulombienne. La fusion *thermonucléaire* est alors intéressante : en portant la matière à des températures supérieures à quelques  $10^7 \text{ K}$ , les ions (les noyaux) du plasma formé possèdent des distributions en vitesse pour lesquelles les sections efficaces de réactions de fusion considérées deviennent conséquentes.

---

**Température de Post** À ces températures, le rayonnement de freinage des particules du plasma est important et ces pertes radiatives fixent une température minimum d'entretien de la combustion, dite température de Post, pour laquelle la puissance issue de la récupération des particules  $\alpha$  dépasse celle des pertes. La puissance volumique des pertes (en considérant le plasma comme totalement transparent à son propre rayonnement) par bremsstrahlung est donnée par

$$W_{\text{brems}} = 5,34 \cdot 10^{-25} n^2 T^{1/2} \text{ W.m}^{-3} \quad (2)$$

et on trouve un bilan énergétique nul pour une température de Post  $T_p \sim 4.3 \text{ keV}$ .

Outre la température de Post, la première difficulté pour obtenir la fusion thermonucléaire d'une quantité donnée de combustible est de réussir à le maintenir à ces températures assez longtemps pour que la quantité désirée ait brûlé. En effet, il n'y a pas de matériau qui puisse être en contact direct avec le plasma pour le confiner. Au delà du problème que pose le contact d'un quelconque matériau avec le plasma, ces températures très élevées sont difficiles à maintenir car elles sont associées à une forte conduction thermique, vecteur supplémentaire de pertes énergétiques.

**Le critère de Lawson** On peut écrire la puissance volumique des pertes énergétiques par conduction comme le rapport de l'énergie volumique du plasma (ions et électrons) sur le temps  $\tau_E$  caractéristique de confinement de cette énergie :  $W_{\text{cond}} = 3nk_B T / \tau_E$ . La puissance  $P_{\text{in}}$  investie pour maintenir le plasma à la bonne température s'exprime généralement en fonction du facteur de qualité  $Q$  :  $P_{\text{in}} = P_{\text{fus}} / Q$ . En considérant que l'on ne récupère des réactions de fusion que l'énergie des particules  $\alpha$  (les neutrons s'échappent du plasma), l'état d'équilibre peut alors s'écrire

$$\begin{aligned} W_{\text{brems}} + W_{\text{cond}} &= W_{\alpha} + \frac{W_{\text{fus}}}{Q} \\ \iff C_b n^2 T^{1/2} + \frac{3nk_B T}{\tau_E} &= \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{Q} \right) n^2 \langle \sigma v \rangle \mathcal{E}_{\text{fus}} \end{aligned}$$

Cette relation se traduit, pour des réactions deutérium-tritium et pour l'allumage ( $Q = \infty$ ), par une inégalité sur la température, la densité et le temps de confinement de l'énergie, appelée critère de Lawson [42]

$$nT\tau_E > 3 \cdot 10^{21} \text{ keV.s.m}^{-3} \quad (3)$$

Deux types de confinements du plasma thermonucléaire sont concevables : le confinement magnétique et le confinement inertiel.

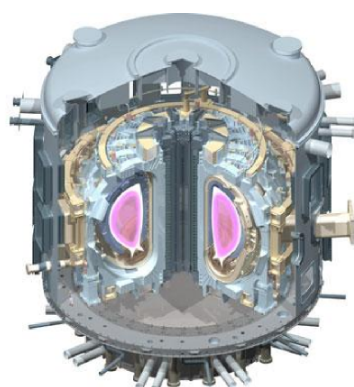
**Le confinement magnétique** Il repose sur le mouvement des particules chargées dans un champ magnétique pour le contraindre dans un volume restreint. En appliquant un champ assez intense sur le plasma, pour que sa pression cinétique soit inférieure à quelques pour cent de la pression du champ magnétique, on peut le confiner de manière stable. Il reste alors à confiner l'énergie du plasma pendant un temps  $\tau_E$  suffisant pour compenser les pertes par conduction thermique selon le critère de Lawson (3). Les limites technologiques bornant les champs magnétiques à une dizaine de teslas, la pression magnétique définie par

$$P_m = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (4)$$

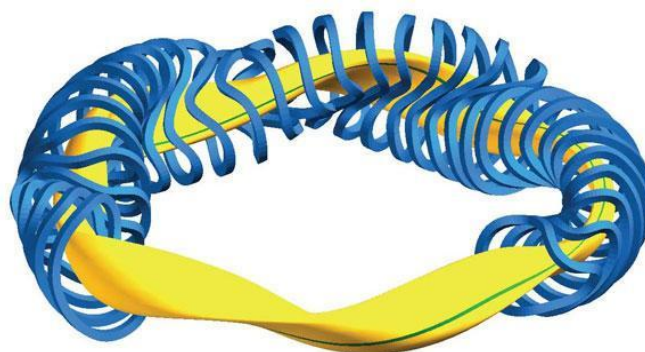


ne peut dépasser  $B_{\text{max}}^2/2\mu_0$  (où  $\mu_0$  est la perméabilité magnétique du vide) et la pression cinétique du plasma  $p = nk_B T$  doit rester inférieure à quelques bars qui correspond, pour une température voisine de 10 keV, à des densités de l'ordre de  $10^{20}$  particules/m<sup>3</sup>. Ainsi, le procédé de fusion par confinement magnétique (FCM) est associé à des plasmas de très faibles densités, des températures de l'ordre de 10 keV et des temps de confinement de l'énergie de l'ordre de quelques secondes. Le volume du plasma, principalement déterminé par la puissance délivrée envisagée, est de l'ordre de la dizaine à la centaine de mètres cube.

C'est le type de confinement qui est utilisé dans les tokamaks et stellarators. Le plasma est confiné sous forme de tore par un champ toroïdal engendré par des bobines supraconductrices poloïdales (voir la figure 1). Dans les tokamaks, un champ poloïdal secondaire est généré par un courant (de l'ordre du méga ampère pour le projet ITER) circulant dans le tore de plasma et permet d'éviter les phénomènes de dérive des particules. Dans un stellarator, la structuration des bobines poloïdales assure la rotation du « ruban » de plasma sur lui même le long du tore sans avoir recours à la circulation d'un courant si élevé. Deux bobines toroïdales au dessus et sous l'enceinte créent un champ vertical qui contribue à la stabilité du plasma [63].



(a) Schéma du tokamak du projet ITER. **Crédits :** [www.ipp.mpg.de](http://www.ipp.mpg.de).



(b) Le stellarator Wendelstein 7X. **Crédits :** Max-Planck Institut für Plasmaphysik.

FIGURE 1 – Schémas de deux structures faisant intervenir le confinement magnétique pour assurer le processus de fusion.

Plusieurs projets à l'échelle internationale se basent sur le procédé de FCM. C'est par exemple le cas des installations (actuelles et futures) JET, ITER, Wendelstein 7-X (voir par exemple [50, pages 37-54]).

**Le confinement inertiel** Il est réalisé en imprimant une inertie au plasma, un mouvement d'ensemble convergent, de manière à contrer sa tendance à l'expansion pendant un temps  $\tau_{\text{conf}}$ . Le combustible deutérium-tritium (DT) est initialement sous forme de coquille sphérique solide (cryogénique) au centre de laquelle se trouve du combustible DT gazeux. Elle est éclairée par un rayonnement intense (laser par exemple) qui ablate les couches externes et initie la compression de la coquille par effet fusée, accélérée sur elle-même, c'est l'implosion. En fin d'implosion, le mouvement centripète de la capsule est freiné et son énergie cinétique est convertie en énergie interne. Si la température au centre

devient suffisante, les réactions thermonucléaires s'amorcent et l'inertie centripète de la coquille permet de contenir le plasma pendant la combustion avant que l'expansion prenne le dessus, en disloquant et refroidissant le plasma.

Le temps de confinement de l'énergie  $\tau_E$  est dans ce cas limité par  $\tau_{\text{conf}}$ , de l'ordre de plusieurs dizaines de picosecondes. Pour des températures de l'ordre de 10 keV, le critère de Lawson (3) donne des densités à atteindre d'environ  $10^{31} \text{ m}^{-3}$ . Le régime est donc clairement différent de celui du confinement magnétique. Plus précisément, on s'intéresse plutôt à la masse surfacique  $\rho R$ , où  $\rho$  est la densité et  $R$  le rayon de la coquille. On montre qu'elle doit être de l'ordre de quelques grammes par centimètres carrés pour satisfaire le critère de Lawson avec une fraction brûlée  $\Phi$  d'un tiers. Le flux d'énergie maximal supporté par une enceinte expérimentale (de l'ordre de la dizaine de mètres) fixe la masse maximale de combustible qui se réduit à quelques milligrammes de DT dans une coquille de rayon millimétrique. La densité à atteindre est alors de  $3,3 \cdot 10^5 \text{ kg/m}^3$ , près de 1000 fois la densité du DT solide, sur une dizaine de picosecondes.

Les projets Laser Mégajoule (LMJ), National Ignition Facility (NIF) pour des applications militaires ou bien HIPER et LIFE dans les domaines civils sont basés sur le confinement inertiel du plasma et c'est dans ce cadre que s'inscrit mon travail de thèse.

## Le procédé de fusion par confinement inertiel en attaque directe

Différentes approches existent pour la FCI. Elles considèrent différents vecteurs d'énergie pour mener l'implosion et différents scénarios qui conduisent à l'allumage des réactions thermonucléaires. Nous exposons ici les principales avant d'introduire les concepts qui pilotent l'écoulement hydrodynamique du processus.

### Les différentes étapes et scénarios

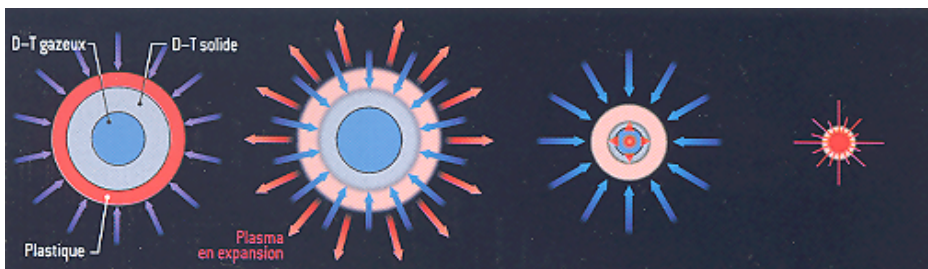


FIGURE 2 – Schéma des différentes étapes en attaque directe. En (a), l'irradiation de la cible ; en (b), sa compression par l'ablation de la coquille ; en (c), la formation d'un point chaud central qui entraîne, en (d), la combustion de la cible. **Crédits** : image tirée de la référence [4].

**Initier l'implosion du combustible** Nuckolls *et al.* proposèrent les premiers [59] l'éclairement direct d'une cible par un rayonnement laser intense pour obtenir son implosion : c'est le schéma de *l'attaque directe* (voir la figure 2). Les couches externes de la coquille sont ionisées par le rayonnement et se détendent dans le vide. Par effet fusée, la coquille se comprime : une onde de choc qui se propage vers le centre est générée et

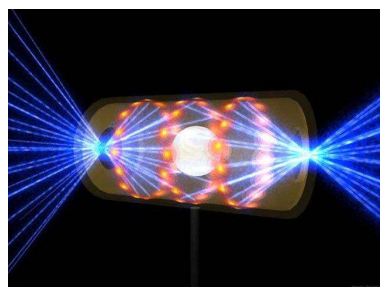


FIGURE 3 – Vue d’artiste d’un hohlraum. *Crédits : [www.llnl.gov](http://www.llnl.gov) .*

met en vitesse derrière elle la coquille. De plus l’interaction de l’onde de choc avec la surface interne de la coquille engendre une onde de détente réfléchie qui, en remontant dans la coquille, va faire accélérer son mouvement centripète déjà initié par l’onde de choc. Plusieurs faisceaux laser sont nécessaires pour irradier complètement la cible et le principal inconvénient de l’attaque directe est la non uniformité d’irradiation engendrée par le recouvrement ou non des tâches focales.

L’*attaque indirecte* tente de contourner ce problème en focalisant les faisceaux laser sur les parois d’une cavité en élément lourd (de l’or par exemple), appelée hohlraum (voir figure 3), au centre de laquelle est placée la cible. En chauffant, la cavité joue le rôle de four et génère un rayonnement X beaucoup plus uniforme et plus pénétrant que le rayonnement laser initial. La conversion en rayonnement X fait perdre cependant une partie de l’énergie incidente.

D’autres schémas envisageables existent pour imploser la cible. Notamment ceux des laboratoires Sadia (Sandia National Laboratories à Albuquerque) qui utilisent le rayonnement X produit par un ou plusieurs  $z$ -pinch, ou encore les schémas dans lesquels des ions sont utilisés comme vecteurs d’énergie. Dans la suite, nous considérerons le cas d’une irradiation en attaque directe par un laser de longueur d’onde 351 nm.

**L’allumage de la cible** Porter toute la masse de combustible à la température de combustion thermonucléaire par compression serait trop coûteux en énergie. La stratégie employée, de l’allumage par point chaud central, consiste à investir uniquement l’énergie nécessaire pour porter à cette température une faible quantité centrale et de capturer l’énergie des particules  $\alpha$  produites pour chauffer le combustible froid à proximité. On peut ainsi obtenir une onde de combustion thermonucléaire se propageant dans tout le combustible.

D’autres scénarios découplent l’allumage de la compression. Dans ce cas de figure, la première phase met en jeu l’énergie suffisante pour comprimer le combustible. Une fois assemblé, il est allumé dans une deuxième étape par la génération décorrélée d’un point chaud. C’est le cas de l’allumage rapide [76] mettant en jeu des lasers pétawatts pour creuser un canal et générer un point chaud latéral, ou encore de l’allumage par choc où l’allumage est réalisé par l’intermédiaire d’une onde de choc générée par la mise en forme de la fin de l’impulsion laser, quand le combustible est assemblé [73, 11].

## Détails du processus en attaque directe

**La compression et l'ablation de la coquille** Le rayonnement laser est stoppé à la densité critique  $n_c$  du plasma, définie comme la densité pour laquelle la fréquence plasma électronique  $\omega_{pe} = \sqrt{n_e e^2 / m_e \epsilon_0}$  (avec  $\epsilon_0$  la permittivité diélectrique du vide) égale la fréquence  $\omega_{las}$  du rayonnement laser

$$\omega_{pe} = \omega_{las} \iff n_c = \frac{m_e \epsilon_0}{e^2} \omega_{las}^2 \quad (5)$$

Il y dépose la plus grosse partie de son énergie sur les électrons beaucoup plus mobiles que les ions. L'énergie est ensuite transportée par conduction thermique électronique. Finalement les collisions électrons-ions, à la fréquence  $\nu_{ei}$ , permettent l'équirépartition de l'énergie entre ions et électrons sur un temps de l'ordre de la fréquence de collision électrons-ions multipliée par le rapport des masses des ions  $m_i$  sur celle des électrons  $m_e$  :  $\tau_{ei}^E \sim \frac{m_i}{m_e} \nu_{ei}$ . Pour le scénario de l'attaque directe par laser, le transport du rayonnement dans cette phase est négligeable devant la conduction thermique électronique. La conduction thermique électronique (tout comme la conduction radiative) dépend fortement de la température : la conductivité thermique électronique est classiquement évaluée, dans le modèle de Spitzer [74], comme  $\sim T^{5/2}$  tandis que la conductivité radiative est souvent exprimée, par analogie, en  $\sim T^\nu$  où  $\nu > 2,5$  [2]. Cette dépendance est à l'origine de la formation d'une onde thermique qui présente un bord raide, un front, comme schématisé sur la figure 4.

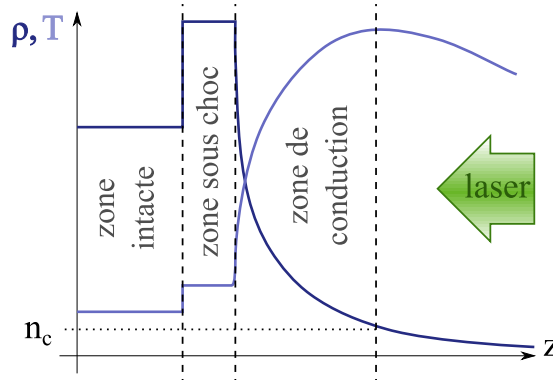


FIGURE 4 – Allure des profils de densité et température au début du processus de FCI dans la coquille (on n'a pas représenté le DT gazeux). Plusieurs zones sont schématisées de droite à gauche : la couronne de plasma détendu jusqu'à la densité critique  $n_c$  autour du maximum de température ; la zone de conduction caractérisée par l'onde thermique au pied de laquelle s'évalue la position du front d'ablation ; la zone sous-choc et enfin la cible encore intacte en aval de l'onde de choc.

Ce front est appelé front d'ablation. C'est là que la matière encore froide est chauffée puis ablatée. Plutôt que d'ablater directement du DT, on place habituellement une ou plusieurs épaisseurs d'ablateur, à l'extérieur du combustible solide, sous forme de polyéthylène ou de mousse imprégnée de DT.

L'ablation, par effet fusée crée une compression de la coquille restante. En mettant en forme la loi temporelle du rayonnement, on module la pression d'ablation et on peut initier la propagation d'une ou plusieurs ondes de choc centripètes. On a représenté sur la figure 6, la loi en puissance laser utilisée pour comprimer la cible à gain proposée dans la

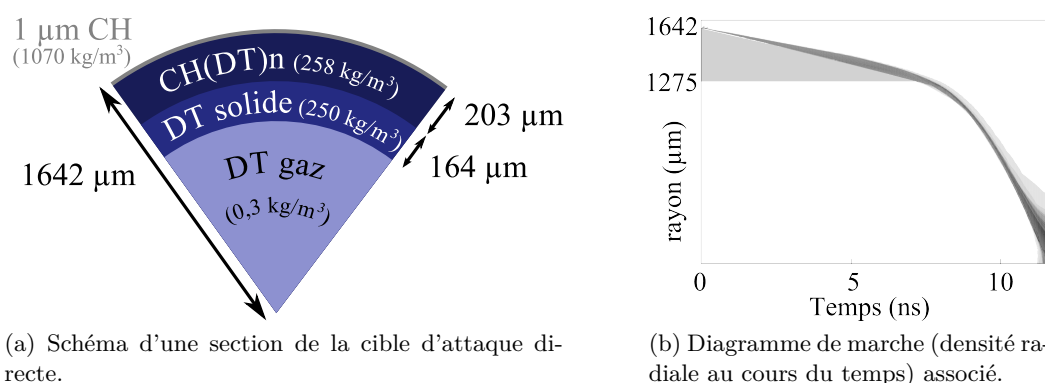


FIGURE 5 – Le schéma ci-dessus (a) représente la section d'une cible typique d'un scénario d'attaque directe avec allumage par point chaud central. Elle est tirée de la référence [15].

référence [15] (voir la figure 5a). La figure 5b, appelée diagramme de marche représente la densité selon la position lagrangienne de mailles au cours du temps. On voit le premier choc qui met en vitesse la coquille.

**La phase d'accélération** Lorsque l'onde de choc interagit sur l'interface séparant le DT gazeux du DT cryogénique, une onde de choc est transmise dans le gaz tandis qu'une onde de détente est réfléchiée et remonte dans la coquille en compression. Cela provoque son accélération centripète qui peut durer plusieurs nanosecondes.

**La phase de décélération** Parallèlement, l'onde de choc transmise dans le DT gazeux converge au centre. Elle se réfléchiée au centre en initiant derrière elle la formation du point chaud. Après réflexion, l'onde de choc intercepte la coquille en implosion très dense (du fait de la compression et de la géométrie convergente). Une onde de choc est transmise dans la coquille et son mouvement commence à décélérer. La décélération est plus brève que l'accélération et s'étale généralement sur quelques centaines de picosecondes.

**Stagnation et allumage** Pendant quelques dizaines de picosecondes, des aller-retours de choc font stagner la coquille dense tandis que la pression et la température du point chaud continuent d'augmenter. La température dépasse la température de Post. La densité et surtout la masse surfacique élevée de la coquille plus froide permettent de recapturer les particules  $\alpha$  et de créer une onde de combustion thermonucléaire divergente qui va finalement provoquer la combustion de l'ensemble de la coquille.

Les non-uniformités d'irradiation et/ou les défauts de l'état de la surface de la cible vont générer ou constituer des écarts à la sphéricité du problème. Dans le contexte que nous venons de poser, ces défauts sont transportés par les ondes de choc, les ondes de détente, le front d'ablation, qui traversent la cible et sont susceptibles d'être amplifiés au cours des phases de fonctionnement, au point d'engendrer la rupture de la coquille et d'abaisser significativement le gain. Les instabilités produites peuvent être exacerbées par

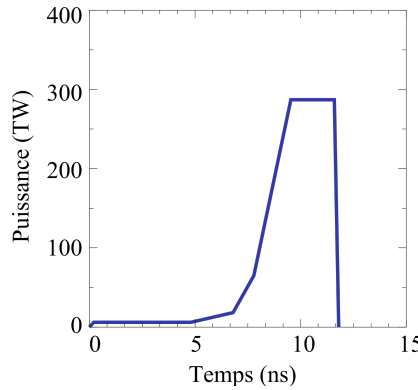


FIGURE 6 – La puissance du rayonnement laser de longueur d’onde 351 nm qui éclaire la cible (présentée sur la figure 5a) suit cette loi temporelle.

la présence de champs magnétiques auto-générés. Ces phénomènes sont l’objet de cette thèse.

## Les instabilités hydrodynamiques en FCI

Dans la plupart des écoulements fluides, une légère variation d’une des variables hydrodynamiques de l’écoulement s’amortit. Mais il existe des écoulements instables, dans lesquels la moindre perturbation s’amplifie au cours du temps. Ce phénomène de croissance de l’amplitude d’une perturbation d’un écoulement fluide est appelé instabilité hydrodynamique.

Une approche conventionnelle pour étudier le comportement d’une instabilité consiste à introduire des perturbations  $\delta\phi$  des variables fluides  $\phi$  de l’écoulement de base. On considère dans ce cas que  $\delta\phi \ll \phi$ . En linéarisant les développements limités en  $\delta\phi$  dans les équations d’évolution du fluide, on obtient les équations qui régissent le régime linéaire de croissance de l’instabilité. Ensuite lui succède le régime non-linéaire.

Dans le cadre de la fusion par confinement inertiel, elles sont principalement de trois types : l’instabilité de Richtmyer-Meshkov (IRM), l’instabilité de Rayleigh-Taylor (IRT) et l’instabilité de Kelvin-Helmoltz (IKH). Nous ne nous intéresserons qu’aux deux premières.

**L’instabilité de Richtmyer-Meshkov** L’IRM [66, 51] se développe lorsqu’une onde de choc traverse une interface perturbée. C’est le cas en FCI lorsque l’onde de choc débouche sur l’interface entre le DT cryogénique et le DT gazeux. L’état de surface d’une cible n’est pas parfait [21], il y a des irrégularités, dont l’amplitude va croître : les réfractions et réflexions de l’onde à travers la déformation induisent un écoulement transverse (voir par exemple [26, chap. 5], ou [86]) responsable de la croissance de l’amplitude des perturbations. Cette instabilité n’est pas trop dangereuse en elle-même car la vitesse de croissance des défauts est quasiment constante [66], son développement est donc relativement lent. Mais en se développant, elle peut induire des germes plus importants pour l’instabilité de Rayleigh-Taylor.

**L’instabilité de Rayleigh-Taylor** L’IRT [64, 78] se manifeste lorsque deux fluides de densités différentes sont accélérés, dans une configuration où le moins dense « pousse » le



plus dense. Une perturbation de l'interface se met à croître avec un comportement exponentiel en temps. En FCI, cette instabilité peut se développer dans la phase d'accélération, où le plasma ablaté pousse la coquille dense ou bien dans la phase de décélération, lorsque le plasma du point chaud freine la coquille. Une particularité de ces deux situations est le mécanisme d'ablation de l'interface entre les deux fluides. Il est à l'origine du profil continu de densité entre les deux fluides et du flux de masse, par opposition à l'interface bien définie du cas classique de l'IRT.

## Les champs magnétiques en FCI

La génération spontanée de champ magnétique dans les plasmas créés par laser a été mise en évidence depuis les années 70. Différents mécanismes ont été proposés et étudiés notamment par Stamper *et al.* [75] pour le courant thermoélectrique, Thomson *et al.* [80] pour l'absorption résonnante et Tidman *et al.* pour l'instabilité thermique [81]. Dans cette thèse, excepté pour le chapitre 2, nous nous concentrons sur les champs auto-générés par les gradients croisés de température et de pression. Récemment, il a été possible d'utiliser la déflexion de protons quasi mono énergétiques pour cartographier les champs présents dans la phase d'implosion d'une capsule de FCI. Les déviations des protons par les champs électriques et/ou magnétiques montrent ainsi, dans les références [72] et [67], dans la couronne, des structures en forme de filaments qui pourraient être générées par des champs électriques de l'ordre de  $10^9$  V/m ou magnétiques de l'ordre de 60 T. D'autres techniques (par exemple [61]) font passer le flux de proton à travers une grille. Les déformations de l'image de la grille sur le détecteur permet de remonter à la nature et à l'intensité des champs. Cela a permis de mettre en place des expériences pour l'étude des champs magnétiques générés en FCI [43, 18] qui montrent des intensités de champs magnétiques de l'ordre de 45 teslas dans la couronne.

Le champ magnétique  $\mathbf{B}$ , s'il est suffisamment important, se fait sentir sur le comportement du plasma. La force de Laplace contraint les particules d'espèce  $\alpha$  de charge  $q_\alpha$  et de masse  $m_\alpha$  à s'enrouler autour des lignes de champ avec la fréquence de giration cyclotronique

$$\omega_{c\alpha} = \frac{|q_\alpha|B}{m_\alpha} \quad (6)$$

Le rayon de giration  $r_{L\alpha}$

$$r_{L\alpha} = \frac{v_{\perp\alpha}}{\omega_{c\alpha}} \quad (7)$$

dépend de leur vitesse transverse  $v_{\perp\alpha}$ . Dans notre étude sur les instabilités hydrodynamiques, le champ magnétique peut ainsi modifier l'écoulement de base du plasma. Pour évaluer l'importance de l'effet du champ sur son comportement, on compare souvent la pression cinétique du plasma  $p$  à la pression magnétique (4) à travers le paramètre

$$\beta = \frac{p}{P_m} \quad (8)$$

Lorsque  $\beta \gg 1$ , l'écoulement de base du plasma n'est pas affecté par le champ magnétique tandis que lorsque  $\beta \ll 1$ , le plasma est dit magnétisé et le champ modifie fortement le comportement du fluide.

L'influence du champ ne se limite pas à modifier l'écoulement macroscopique. L'importance des études menées sur le champ réside également dans le fait que le champ

---

magnétique peut significativement altérer les échanges d'énergie [13] car le piégeage des particules autour des lignes de champ modère les collisions, à la base des phénomènes de transport. Il existe en particulier un régime, lorsque le rayon des particules chargées est plus faible que leur libre parcours moyen,  $\lambda_\alpha^{lpm}$ , où les phénomènes de transport sont fortement affectés. Le paramètre de Hall, sans dimension, constitue une mesure de cet effet :

$$\chi_\alpha = \frac{\lambda_\alpha^{lpm}}{r_{L_\alpha}} = \omega_{c\alpha} \tau_{\alpha\beta} \quad (9)$$

Il est d'autant plus important que le champ affecte le transport.

Plus récemment, le transport électronique non local a fait l'objet de nombreuses études dans le cadre de la FCI pour tenter d'expliquer la limitation artificielle du flux de chaleur de Spitzer-Härm à apporter dans les simulations numériques pour être en accord avec les résultats expérimentaux. Les effets qui lient le transport non local et la génération de champs magnétiques ont également été étudiés de manière numérique et expérimentale [57, 40, 89]. Toutefois, on peut noter dans la référence [18], la comparaison entre une expérience et des simulations magnétohydrodynamiques qui montre que les effets de délocalisation du flux de chaleur ne sont pas nécessaires pour rendre compte, dans la couronne, de l'auto-génération de champs magnétiques mesurée expérimentalement. Nous nous intéressons à des phénomènes au delà de la couronne, où un fort gradient de température existe et donc où les effets non locaux peuvent jouer. Toutefois, dans un souci de simplification nous nous sommes restreints dans cette thèse aux formulations locales de la magnétohydrodynamique.

## Organisation du manuscrit

Le premier chapitre pose les bases de la modélisation fluide qui prend en compte les champs magnétiques : la magnétohydrodynamique. Il aborde également les avancées réalisées sur les instabilités étudiées dans ce mémoire.

Le chapitre suivant traite de l'instabilité de Richtmyer-Meshkov compressible, en régime linéaire en présence de champ magnétique dans le cadre de la magnétohydrodynamique idéale, en le comparant avec un modèle incompressible impulsif existant dans la littérature.

Dans le troisième chapitre, on s'intéresse à l'instabilité de Rayleigh-Taylor dans la phase d'accélération sans et avec l'auto-génération de champs magnétiques. On y présente les résultats numériques ainsi que les tentatives de modélisation du comportement de l'instabilité de manière auto-consistante.

Enfin, le dernier chapitre présente les résultats relatifs aux champs magnétiques auto-générés et à l'instabilité de Rayleigh-Taylor au front d'ablation dans la phase de décélération d'une capsule de FCI.



## CHAPITRE

# 1

# CADRE GÉNÉRAL DES INSTABILITÉS DE RICHTMYER-MESHKOV ET RAYLEIGH-TAYLOR

*Nous présentons dans ce chapitre le cadre théorique et pratique du traitement des instabilités de Richtmyer-Meshkov et Rayleigh-Taylor sur lesquels se basent notre étude. Nous commençons par présenter les équations de la magnétohydrodynamique en précisant l'effet du champ selon Braginskii sur les coefficients de transport. Nous rappelons ensuite les différents modèles communément retenus pour l'estimation des croissances des instabilités de Richtmyer-Meshkov et de Rayleigh-Taylor puis présentons une linéarisation des équations de la magnétohydrodynamique.*

Les équations du modèle magnétohydrodynamique (MHD) constituent l'environnement de notre étude. Elles dérivent des équations fluides pour les électrons et les ions. Pour simplifier, nous considérons un plasma dit simple, constitué d'électrons et d'une seule espèce d'ions. Les équations associées, avec ou sans champ peuvent encore rendre le problème de la modélisation des instabilités complexe et on a recours à des modèles plus simplifiés que nous décrirons après avoir introduit le système MHD dissipatif.

## 1.1 Le contexte MHD du problème

Les équations de la MHD permettent une écriture fluide simplifiée du comportement du plasma en présence de champs magnétiques par l'introduction de grandeurs macroscopiques ( $\mathbf{u}, \mathbf{J}, \dots$ ) qui couplent les deux populations électrons et ions, même si les différentes composantes peuvent apparaître seules (densité électronique  $\dots$ ).

Ces équations trouvent leur origine dans la simplification, dite régressive, de l'équation d'évolution<sup>1</sup> de  $f_\alpha(t, \mathbf{r}, \mathbf{v})$ , la fonction de distribution simple des vitesses des particules d'espèce  $\alpha$  du plasma.

Cette simplification a pour but d'obtenir les équations de transport de différentes quantités,  $1, m_\alpha \mathbf{v}, m_\alpha v^2$ , fonctions de la vitesse  $\mathbf{v}$  des particules. Pour cela, on multiplie par ces quantités puis on intègre sur les vitesses l'équation cinétique suivante :

$$\partial_t f_\alpha + \mathbf{v} \cdot \nabla f_\alpha + \frac{Z_\alpha e}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \partial_{\mathbf{v}} f_\alpha = \sum_{\beta} \mathcal{C}_{\alpha\beta} \quad (1.1)$$

où l'on a introduit la notation  $\partial_x \equiv \frac{\partial}{\partial x}$ .  $Z_\alpha$  vaut  $-1$  pour les électrons et le numéro atomique  $Z_i$  pour les ions,  $e$  est la charge élémentaire et  $\mathcal{C}_{\alpha\beta}$  représente le taux de variations temporelles de la fonction de distribution simple due aux interactions entre les particules d'espèces  $\alpha$  et celle d'espèce  $\beta$ . Enfin la somme sur  $\beta$  correspond à la somme sur les différentes espèces de particules du plasma : électrons et ions.

On définit la densité  $n_\alpha$  et la vitesse moyenne  $\mathbf{u}_\alpha$  des particules d'espèce  $\alpha$  de la manière suivante

$$n_\alpha = \int f_\alpha d\mathbf{v}$$

$$\mathbf{u}_\alpha = \frac{1}{n_\alpha} \int \mathbf{v} f_\alpha d\mathbf{v}$$

La vitesse de chaque particule de l'espèce  $\alpha$  du plasma se décompose ainsi en une vitesse d'ensemble, ou vitesse macroscopique,  $\mathbf{u}_\alpha$  et d'une vitesse d'agitation  $\mathbf{v} - \mathbf{u}_\alpha$ , ou vitesse microscopique. On définit également l'énergie totale spécifique moyenne  $e_\alpha$  des particules d'espèce  $\alpha$

$$e_\alpha = \frac{1}{n_\alpha} \int f_\alpha \frac{v^2}{2} d\mathbf{v}$$

et l'énergie interne spécifique moyenne du fluide  $\alpha$  associée à la vitesse d'agitation

$$n_\alpha \epsilon_\alpha = n_\alpha e_\alpha - \frac{1}{2} n_\alpha u_\alpha^2$$

---

1. Elle-même issue de l'intégration (sur toutes les vitesses et position des particules du plasma sauf une) régressive de l'équation de Liouville associée à la conservation du volume de l'espace des phases [23, chap. 8]

À partir de ces définitions, l'intégration sur les vitesses de l'équation cinétique fournit :

$$\partial_t n_\alpha + \nabla \cdot n_\alpha \mathbf{u}_\alpha = 0 \quad (1.2)$$

$$\partial_t (n_\alpha m_\alpha \mathbf{u}_\alpha) + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{P}}_\alpha + n_\alpha m_\alpha \mathbf{u}_\alpha \mathbf{u}_\alpha) - Z_\alpha n_\alpha e (\mathbf{E} + \mathbf{u}_\alpha \times \mathbf{B}) = \sum_\beta \mathbf{R}_{\alpha\beta} \quad (1.3)$$

$$\partial_t (n_\alpha m_\alpha e_\alpha) + \nabla \cdot (n_\alpha m_\alpha e_\alpha \mathbf{u}_\alpha + \bar{\mathbf{P}}_\alpha \cdot \mathbf{u}_\alpha + \mathbf{q}_\alpha) - Z_\alpha n_\alpha e \mathbf{u}_\alpha \cdot \mathbf{E} = \sum_\beta (Q_{\alpha\beta} + \mathbf{u}_\alpha \cdot \mathbf{R}_{\alpha\beta}) \quad (1.4)$$

$\bar{\mathbf{P}}_\alpha$  est le tenseur des contraintes (ou tenseur de pression cinétique) associé au fluide  $\alpha$ . Il correspond au flux microscopique de moment microscopique

$$\bar{\mathbf{P}}_\alpha = m_\alpha \int (\mathbf{v} - \mathbf{u}_\alpha)(\mathbf{v} - \mathbf{u}_\alpha) f_\alpha d\mathbf{v}$$

et peut s'exprimer comme la somme du tenseur des contraintes visqueuses  $\bar{\bar{\Pi}}_\alpha$  (partie sans trace de  $\bar{\mathbf{P}}_\alpha$ ) et de la pression cinétique  $p_\alpha$  par

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{P}}_\alpha &= \bar{\bar{\Pi}}_\alpha + p_\alpha \bar{\mathbf{I}} \\ p_\alpha &= \frac{1}{3} \text{Tr}(\bar{\mathbf{P}}_\alpha) = \frac{m_\alpha}{3} \int f_\alpha (\mathbf{v} - \mathbf{u}_\alpha)^2 d\mathbf{v} \end{aligned}$$

Le terme  $\mathbf{q}_\alpha$  est le flux de chaleur associé à l'espèce  $\alpha$ , c'est-à-dire la densité de flux microscopique d'énergie d'agitation

$$\mathbf{q}_\alpha = \frac{1}{2} m_\alpha \int f_\alpha (\mathbf{v} - \mathbf{u}_\alpha)^2 (\mathbf{v} - \mathbf{u}_\alpha) d\mathbf{v} \quad (1.5)$$

D'autre part,  $\mathbf{R}_{\alpha\beta}$  et  $Q_{\alpha\beta}$  sont respectivement le terme de transfert de quantité de mouvement et le terme d'échange d'énergie entre les espèces  $\alpha$  et  $\beta$ . Ils sont tous deux définis à partir de l'opérateur de collision  $\mathcal{C}_{\alpha\beta}$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\alpha\beta} &= m_\alpha \int \mathcal{C}_{\alpha\beta} (\mathbf{v} - \mathbf{u}_\alpha) d\mathbf{v} \\ Q_{\alpha\beta} &= \frac{1}{2} m_\alpha \int \mathcal{C}_{\alpha\beta} (\mathbf{v} - \mathbf{u}_\alpha)^2 d\mathbf{v} \end{aligned}$$

Nous ne considérerons que des collisions élastiques. Compte tenu de la conservation du moment et de l'énergie, les termes d'échange vérifient les propriétés

$$\mathbf{R}_{\alpha\alpha} = 0 \quad (1.6a)$$

$$Q_{\alpha\alpha} = 0 \quad (1.6b)$$

$$\mathbf{R}_{\alpha\beta} + \mathbf{R}_{\beta\alpha} = 0 \quad (1.6c)$$

$$Q_{\alpha\beta} + \mathbf{u}_\alpha \cdot \mathbf{R}_{\alpha\beta} + Q_{\beta\alpha} + \mathbf{u}_\beta \cdot \mathbf{R}_{\beta\alpha} = 0 \quad (1.6d)$$

On peut enfin écrire une dernière équation sur l'énergie interne du fluide  $\alpha$ , qui découle des équations 1.3 et 1.4

$$\partial_t (n_\alpha m_\alpha e_\alpha) + \nabla \cdot (n_\alpha m_\alpha e_\alpha \mathbf{u}_\alpha) + \bar{\mathbf{P}}_\alpha \cdot \mathbf{u}_\alpha + \nabla \cdot \mathbf{q}_\alpha = \sum_\beta Q_{\alpha\beta} \quad (1.7)$$

Il est quelques fois plus facile d'utiliser ces équations de conservation dans la forme équivalente qui suit (voir par exemple dans [22, 23]) :

$$(\partial_t + \mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) n_\alpha + n_\alpha \nabla \cdot \mathbf{u}_\alpha = 0 \quad (1.8)$$

$$n_\alpha m_\alpha (\partial_t + \mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) \mathbf{u}_\alpha + \nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}}_\alpha - Z_\alpha n_\alpha e (\mathbf{E} + \mathbf{u}_\alpha \times \mathbf{B}) = \sum_\beta \mathbf{R}_{\alpha\beta} \quad (1.9)$$

$$n_\alpha m_\alpha (\partial_t + \mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) \epsilon_\alpha + (\bar{\bar{\mathbf{P}}}_\alpha \cdot \nabla) \cdot \mathbf{u}_\alpha + \nabla \cdot \mathbf{q}_\alpha = \sum_\beta Q_{\alpha\beta} \quad (1.10)$$

Ce système d'équation n'est pas fermé. Il manque tout d'abord une équation d'état pour relier  $p_\alpha$ ,  $e_\alpha$  et  $\rho_\alpha = n_\alpha m_\alpha$  ou la température  $T_\alpha$ ,  $e_\alpha$  et  $\rho$ . Nous supposons une équation de type gaz parfaits

$$p_\alpha = n_\alpha k_B T_\alpha \quad \text{et} \quad n_\alpha m_\alpha \epsilon_\alpha = \frac{3}{2} p_\alpha$$

Il faut également obtenir des relations de fermeture qui permettent d'exprimer  $\mathbf{R}_{\alpha\beta}$ ,  $Q_{\alpha\beta}$ ,  $\bar{\bar{\mathbf{P}}}_\alpha$  et  $\mathbf{q}_\alpha$  en fonction des autres variables connues. Si on néglige la viscosité, la connaissance de la température et de la densité du fluide  $\alpha$  détermine  $\bar{\bar{\mathbf{P}}}_\alpha$ . Nous nous efforcerons toutefois dans la dérivation des équations fluides, de conserver l'aspect tensoriel des pressions, contenant cette viscosité. Nous présentons d'abord les équations d'une modélisation sans champ magnétique, puis celles avec champ fermées par les relations de Braginskii.

### 1.1.1 Description hydrodynamique du plasma

En l'absence de champ magnétique extérieur ou spontanément généré, le système des équations de transport précédent peut se simplifier en une description hydrodynamique. Une simplification supplémentaire consiste à ne considérer qu'une seule espèce de particule et à supposer le plasma comme un fluide unique quasi-neutre :  $Z_i n_i = n_e$  (les détails des calculs sont exposés dans l'annexe A, avec champ). En introduisant la densité massique et la vitesse du fluide totale

$$\rho = \rho_i + \rho_e = m_i n_i + m_e n_e \quad (1.11)$$

$$= n_e \left( \frac{m_i}{Z_i} + m_e \right) \quad (1.12)$$

$$\mathbf{u} = (\rho_i \mathbf{u}_i + \rho_e \mathbf{u}_e) / \rho$$

on en vient (en sommant à chaque fois l'équation des électrons avec celle des ions) à l'approximation mono fluide suivante

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1.13a)$$

$$\rho (\partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}} \quad (1.13b)$$

$$\rho (\partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla) e = -(\bar{\bar{\mathbf{P}}} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{u} - \nabla \cdot \mathbf{q}$$

avec  $\rho e = \rho_e \epsilon_e + \rho_i \epsilon_i$ , l'énergie interne totale, somme des énergies interne  $\epsilon$  et cinétique :  $\rho e = \rho \epsilon + \rho u^2 / 2$ . Dans le cas de l'IRT, on pourra rajouter une force extérieure  $\rho \mathbf{g}$  modélisant l'effet de l'accélération dans l'équation de conservation de l'impulsion.

Dans le système précédent, en négligeant la viscosité,  $\nabla \cdot \overline{\mathbf{P}}$  se résume au gradient de pression cinétique et il suffit de connaître le flux de chaleur pour fermer le système. Il est courant de ne considérer que le flux de chaleur  $\mathbf{q}$  des électrons, beaucoup plus mobiles que les ions, et sous la forme de Fourier

$$\mathbf{q} = -\kappa_e \nabla k_B T_e$$

avec la conductivité thermique électronique  $\kappa_e$  de Spitzer [74]

$$\kappa_e = \frac{n_e k_B T_e}{m_e \nu_{ei}} \quad (1.14)$$

$\nu_{ei}$  étant la fréquence de collision électron-ion du plasma, proportionnelle à la charge au carrée des ions et inversement proportionnelle à la vitesse thermique des électrons au cube (plus les électrons sont énergétiques, moins ils sont collisionnels). Elle est donnée par la relation [82]

$$\nu_{ei} = \frac{Z_i^2 e^4 n_i \ln \Lambda}{3 \epsilon_0^2 m_e^{1/2} (2\pi k_B T_e)^{3/2}} \quad (1.15)$$

La conductivité de Spitzer est ainsi fortement dépendante de la température puisqu'elle varie en  $T_e^{5/2}$ .

### 1.1.2 Description magnétohydrodynamique du plasma

Pour obtenir les équations du modèle magnétohydrodynamique, la seconde étape après l'obtention des équations de transport du fluide  $\alpha$ , consiste, comme pour la description hydrodynamique, à lier les fluides électroniques et ioniques par l'intermédiaire des variables  $\rho$ ,  $\mathbf{u}$  mais aussi  $\mathbf{J}$ , la densité de courant

$$\mathbf{J} = e \sum_{\alpha} Z_{\alpha} n_{\alpha} \mathbf{u}_{\alpha} = e n_e (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) \quad (1.16)$$

et en conservant bien sûr le champ magnétique  $\mathbf{B}$  dans les équations de transport que l'on couple alors aux équations de Maxwell. On se base ensuite sur plusieurs hypothèses :

- la quasi-neutralité du plasma ( $Z_i n_e = n_i$ ) ;
- on considère que l'on a  $Z_i m_e \ll m_i$  ;
- on néglige le courant de déplacement  $\partial_t \mathbf{E}$  dans l'équation de Maxwell-Ampère.

Compte tenue de l'hypothèse de quasi-neutralité, l'équation de Poisson  $\nabla \cdot \mathbf{E} = Q/\epsilon_0 = 0$  n'est plus utilisée et les autres équations de Maxwell s'écrivent ainsi :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\partial_t \mathbf{B} \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} \end{aligned}$$

#### 1.1.2-a) Équations associées

##### Conservation de la masse

En multipliant la première équation de transport pour chaque espèce  $\alpha$  par la masse  $m_{\alpha}$  et en les sommant, on obtient directement l'équation de conservation de la masse pour

le fluide conducteur, mais quasi-neutre, considéré

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1.17)$$

### Conservation de la quantité de mouvement

L'addition membre à membre de l'équation de transport de la quantité de mouvement  $m_\alpha \mathbf{v}$  pour chaque espèce de particule conduit (voir l'annexe A) à l'équation de conservation de la quantité de mouvement du fluide MHD :

$$\rho (\partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \frac{1}{\epsilon_0} (\mathbf{J} \cdot \nabla) \frac{\mathbf{J}}{\omega_{pe}^2} \quad (1.18)$$

où  $\bar{\bar{\mathbf{P}}}$  est la somme des tenseurs de pression électronique et ionique

$$\bar{\bar{\mathbf{P}}} = \bar{\bar{\mathbf{P}}}_e + \bar{\bar{\mathbf{P}}}_i$$

Le premier terme du membre de droite est la force de Laplace. Le second est souvent négligé.

### Loi d'Ohm généralisée

Pour dériver la loi d'Ohm, on suit ici, par souci de simplification, la démarche de Braginskii [13]. La dérivation exacte est effectuée dans l'annexe A. La loi d'Ohm s'écrit souvent :  $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ , avec

$$\sigma = \frac{m_e \nu_{ei}}{n_e e^2}$$

Mais le champ électrique est responsable de l'accélération des particules plutôt que de leur vitesse si bien qu'en général, une telle relation ne s'applique pas. En considérant l'équation de conservation de l'impulsion (1.9) pour les électrons et en négligeant leur inertie, on peut écrire que les forces de friction dues aux collisions électron-ion équilibrent l'effet du champ électrique :

$$\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} + \frac{1}{en_e} \nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}}_e - \frac{\mathbf{J}}{en_e} \times \mathbf{B} = \frac{1}{en_e} \mathbf{R}_{ei} \quad (1.19)$$

### Conservation de l'énergie interne

L'équation de conservation associée à l'énergie interne du fluide total peut s'écrire

$$\rho (\partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla) \epsilon + (\bar{\bar{\mathbf{P}}} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla \cdot \mathbf{q} = \nabla \cdot \left( (\bar{\bar{\mathbf{P}}}_e + \rho_e \epsilon_e \bar{\bar{\mathbf{I}}}) \cdot \frac{\mathbf{J}}{en_e} \right) - \frac{\mathbf{J}}{en_e} \cdot (\nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}}_e) + \sum_{\beta} Q_{e\beta} + Q_{i\beta} \quad (1.20)$$

avec

$$\epsilon = \frac{\rho_e \epsilon_e + \rho_i \epsilon_i}{\rho} \quad (1.21)$$

et le flux de chaleur  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_e + \mathbf{q}_i$ .

### Évolution du champ magnétique

L'équation d'évolution du champ magnétique est déterminée en partant de l'équation de Maxwell-Faraday, en remplaçant le champ électrique par l'expression issue de la loi d'Ohm généralisée (1.19), ce qui donne

$$\partial_t \mathbf{B} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \nabla \times \left( \frac{\mathbf{J}}{en_e} \times \mathbf{B} \right) + \nabla \times \left( \frac{1}{en_e} \nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}}_e \right) - \nabla \times \left( \frac{1}{en_e} \mathbf{R}_{ei} \right) \quad (1.22)$$

### Système MHD

Ainsi, compte tenu de la relation (1.6d), on peut résumer le système MHD complet de la sorte :

$$\begin{aligned} \partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) &= 0 \\ \rho (\partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}} - \mathbf{J} \times \mathbf{B} &= 0 \\ \mathbf{E} &= -\mathbf{u} \times \mathbf{B} - \frac{1}{en_e} \nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}}_e + \frac{\mathbf{J}}{en_e} \times \mathbf{B} + \frac{1}{en_e} \mathbf{R}_{ei} \\ \rho (\partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla) \epsilon + (\bar{\bar{\mathbf{P}}} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla \cdot \mathbf{q} - \nabla \cdot \left( \left( \bar{\bar{\mathbf{P}}}_e + \rho_e \epsilon_e \bar{\bar{\mathbf{I}}} \right) \cdot \frac{\mathbf{J}}{en_e} \right) + \frac{\mathbf{J}}{en_e} \cdot (\nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}}_e) &= \frac{\mathbf{J}}{en_e} \cdot \mathbf{R}_{ei} \\ \partial_t \mathbf{B} - \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \nabla \times \left( \frac{\mathbf{J}}{en_e} \times \mathbf{B} \right) - \nabla \times \left( \frac{1}{en_e} \nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}}_e \right) &= -\nabla \times \left( \frac{1}{en_e} \mathbf{R}_{ei} \right) \end{aligned} \quad (1.23)$$

### Conservation de l'énergie totale

À la place de l'équation sur l'énergie interne, on peut utiliser une équation qui considère l'énergie totale. En plus des énergies cinétique,  $\rho u^2/2$ , et interne (1.21) habituelles, elle contient une contribution correspondant à l'énergie stockée sous forme magnétique. L'énergie du champ électrique n'y apparaît pas car on néglige le courant de déplacement dans l'équation de Maxwell-Ampère. L'équation de conservation de l'énergie totale s'obtient en prenant en compte les équations de Maxwell avec (1.4) et la loi d'Ohm généralisée. Elle s'écrit :

$$\begin{aligned} \rho (\partial_t + (\nabla \cdot \mathbf{u})) \left( \epsilon + \frac{u^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0 \rho} \right) &= -\nabla \cdot \left( \left( \bar{\bar{\mathbf{P}}} + \frac{B^2}{2\mu_0} \bar{\bar{\mathbf{I}}} \right) \mathbf{u} + \mathbb{P} + \mathbf{q} - \frac{(\mathbf{B} \cdot \mathbf{u}) \mathbf{B}}{\mu_0} \right) \\ &\quad + \nabla \cdot \left( \left( \bar{\bar{\mathbf{P}}}_e + \rho_e \epsilon_e \bar{\bar{\mathbf{I}}} \right) \cdot \frac{\mathbf{J}}{en_e} + \left( \frac{1}{en_e} \nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}}_e \times \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \right) \right) \end{aligned} \quad (1.24)$$

où l'on a introduit le vecteur de Poynting :

$$\mathbb{P} = \frac{1}{\mu_0} \mathbb{E} \times \mathbf{B} \quad (1.25)$$

et où  $\mathbb{E}$  désigne le champ suivant :

$$\mathbb{E} = \frac{\mathbf{J}}{en_e} \times \mathbf{B} + \frac{1}{en_e} \mathbf{R}_{ei} \quad (1.26)$$

$$= \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} + \frac{1}{en_e} (\nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}}_e) \quad (1.27)$$

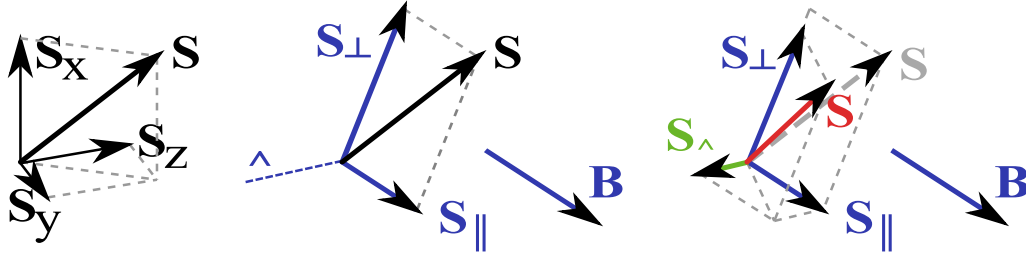


FIGURE 1.1 – Schémas de la modification de la géométrie par le champ magnétique. Sans champ (à gauche), un flux  $\mathbf{S}$  considéré est décomposé dans un repère donné. Lors de la prise en compte du champ magnétique, on brise la symétrie et le repère initial, devient inutile. Celui qui importe alors (au centre) est celui constitué de trois nouvelles directions : la direction  $\parallel$ , parallèle au champ, la direction  $\perp$ , à la fois perpendiculaire au champ et contenant la direction du flux initial, et la direction  $\wedge$ , dite croisée, perpendiculaire aux deux précédentes. Dans le cas du flux de chaleur, la composante parallèle n'est pas modifiée par le champ magnétique tandis que sa composante perpendiculaire est réduite et qu'il apparaît en plus une composante croisée (à droite, en vert) qui n'existait pas sans champ.

Tout comme les équations hydrodynamiques, le modèle MHD requiert des relations de fermeture pour les expressions de  $\mathbf{q}$ ,  $\bar{\Pi}$ ,  $\mathbf{R}_\alpha$  et  $Q_{\alpha\beta}$ . Nous prendrons, en négligeant la viscosité, les relations de fermeture de Braginskii [13] qui tiennent compte du champ magnétique.

### 1.1.2-b) Relations de fermeture de Braginskii

La prise en compte du champ introduit une direction privilégiée, parallèle au champ ( $\parallel$ ), et les coefficients de transport comme la conductivité thermique  $\kappa$  deviennent tensoriels. Comme évoqué en introduction, le champ magnétique va contraindre les particules du plasma en les faisant s'enrouler autour des lignes de champ. Leur mobilité dans les directions transverses peut par conséquent être affectée.

Si  $r_{L_\alpha} \gg l_\alpha$ , où  $l_\alpha$  est le libre parcours moyen et  $r_{L_\alpha}$  le rayon de Larmor (voir l'équation (7)), les trajectoires des particules entre deux collisions sont quasiment rectilignes et le champ a peu d'effet. En revanche, si  $r_{L_\alpha} \ll l_\alpha$ , le champ a une forte influence. Comparer le rayon de Larmor au libre parcours moyen revient à comparer à 1 le paramètre de Hall défini en introduction par l'équation (9)

$$\chi_\alpha = \omega_{c\alpha} \tau_{\alpha\beta} \quad (1.28)$$

où  $\tau_{\alpha\beta} = 1/\nu_{\alpha\beta}$ , et c'est lui que nous utiliserons dans la suite.

Considérons un flux  $\mathbf{S}$ . En présence de champ  $\mathbf{B} = B\mathbf{b}$ , la direction privilégiée sera celle du champ que l'on prendra comme direction de référence parallèle :  $\mathbf{e}_\parallel = \mathbf{b}$ , soit  $S_\parallel = \mathbf{b}(\mathbf{S} \cdot \mathbf{b})$ . On posera la direction perpendiculaire  $\mathbf{e}_\perp$  comme la direction perpendiculaire à  $\mathbf{B}$  et telle que le plan défini par les directions  $\mathbf{e}_\perp$  et  $\mathbf{e}_\parallel$  contienne  $\mathbf{S}$ , soit  $S_\perp = \mathbf{b} \times (\mathbf{S} \times \mathbf{b})$ . Enfin, la composante croisée  $\mathbf{e}_\wedge$  est défini comme la direction perpendiculaire aux deux précédentes (voir la figure 1.1). Ainsi, l'action d'un tenseur  $\bar{\Phi}$  sur un vecteur  $\mathbf{S}$  est à comprendre de la façon suivante :

$$\bar{\Phi} \cdot \mathbf{S} = \Phi_\parallel (\mathbf{b} \cdot \mathbf{S}) \mathbf{b} + \Phi_\perp \mathbf{b} \times (\mathbf{S} \times \mathbf{b}) + \Phi_\wedge \mathbf{b} \times \mathbf{S}$$



En négligeant la viscosité, la divergence du tenseur des contraintes  $\bar{\bar{\mathbf{P}}}_\alpha$  se réduit au gradient de la pression scalaire  $p_\alpha$ . Les autres coefficients de transport qui ferment le modèle MHD présenté sont écrit par Braginskii de la manière suivante :

$$\mathbf{q}_e = -\frac{k_B T_e}{e} \bar{\bar{\beta}} \cdot \mathbf{J} - \bar{\bar{\kappa}}_e \cdot \nabla k_B T_e \quad (1.29)$$

$$\mathbf{q}_i = -\bar{\bar{\kappa}}_i \cdot \nabla k_B T_i \quad (1.30)$$

$$\mathbf{R}_{ei} = en_e \bar{\bar{\rho}} \cdot \mathbf{J} - n_e \bar{\bar{\beta}} \cdot \nabla k_B T_e = -\mathbf{R}_{ie} \quad (1.31)$$

$$Q_{ei} = \frac{1}{en_e} \mathbf{R}_{ei} \cdot \mathbf{J} + 3 \frac{m_e}{m_i} n_e \nu_{ei} (k_B T_i - k_B T_e) \quad (1.32)$$

$$Q_{ie} = 3 \frac{m_e}{m_i} n_e \nu_{ei} (k_B T_e - k_B T_i) \quad (1.33)$$

qui vérifie (1.6c) et (1.6d). Dans ces relations, les tenseurs  $\bar{\bar{\rho}}$ ,  $\bar{\bar{\beta}}$  et  $\bar{\bar{\kappa}}$  sont respectivement le tenseur de résistivité (inverse du tenseur de conductivité), le tenseur thermoélectrique et le tenseur de conductivité thermique, chaque fois associé à l'une ou l'autre des espèces de particule.

On a, pour le tenseur de résistivité :

$$\begin{aligned} \rho_{\parallel} &= \frac{m_e \nu_{ei}}{e^2 n_e} \alpha_0 \\ \rho_{\perp} &= \frac{m_e \nu_{ei}}{e^2 n_e} \left( 1 - \frac{\alpha'_0 + \alpha'_1 \chi_e^2}{\Delta} \right) \\ \rho_{\wedge} &= -\frac{m_e \nu_{ei}}{e^2 n_e} \chi_e \frac{\alpha''_0 + \alpha''_1 \chi_e^2}{\Delta} \end{aligned} \quad (1.34)$$

pour le tenseur thermoélectrique :

$$\begin{aligned} \beta_{\parallel} &= \beta_0 \\ \beta_{\perp} &= \frac{\beta'_0 + \beta'_1 \chi_e^2}{\Delta} \\ \beta_{\wedge} &= \chi_e \frac{\beta''_0 + \beta''_1 \chi_e^2}{\Delta} \end{aligned} \quad (1.35)$$

Le tenseur de conductivité thermique électronique est défini comme :

$$\begin{aligned} \kappa_{e\parallel} &= \frac{n_e k_B T_e}{m_e \nu_{ei}} \gamma_0 \\ \kappa_{e\perp} &= \frac{n_e k_B T_e}{m_e \nu_{ei}} \frac{\gamma'_0 + \gamma'_1 \chi_e^2}{\Delta} \\ \kappa_{e\wedge} &= \frac{n_e k_B T_e}{m_e \nu_{ei}} \chi_e \frac{\gamma''_0 + \gamma''_1 \chi_e^2}{\Delta} \end{aligned} \quad (1.36)$$

avec

$$\Delta = \delta_0 + \delta_1 \chi_e^2 + \chi_e^4$$

Les composantes de son homologue ionique sont données par

$$\begin{aligned}\kappa_{i\parallel} &= 3,906 \frac{n_i k_B T_i}{m_i \nu_{ii}} \\ \kappa_{i\perp} &= \frac{n_i k_B T_i}{m_i \nu_{ii}} \frac{2,645 + 2\chi_i^2}{\Delta_i} \\ \kappa_{i\wedge} &= \frac{n_i k_B T_i}{m_i \nu_{ii}} \chi_i \frac{4,65 + 2,5\chi_i^2}{\Delta_i}\end{aligned}\tag{1.37}$$

avec

$$\Delta_i = 0,677 + 2,70\chi_i^2 + \chi_i^4$$

Les constantes  $\alpha_j$ ,  $\beta_j$ ,  $\gamma_j$  et  $\delta_j$  sont données dans le tableau 1.1 issu de la référence [13].

On peut ainsi considérer la force  $\mathbf{R}_{\alpha\beta}$  comme composée de deux termes. L'un provenant de la force de friction, quantité de mouvement échangée lors des collisions dues à une certaine vitesse relative (courant  $\mathbf{J}$ ) entre les deux populations électrons ( $\alpha$ ) et ions ( $\beta$ ); et l'autre, provenant de la force thermoélectrique, due aux gradients de température. Ces gradients induisent, selon leur direction, des flux d'électrons différents dans un sens et dans l'autre et donc des dépôts de quantité de mouvement différents.

La conductivité thermique présente, elle, une composante croisée, associée à l'effet Righi-Leduc (apparition d'une composante croisée du flux de chaleur). On a tracé, à titre indicatif, sur la figure 1.2, les composantes  $\perp$  et  $\wedge$  de la conductivité thermique  $\bar{\kappa}$  selon la force du paramètre  $\chi_e$  et par rapport à la composante  $\parallel$  pour laquelle les coefficients de transport ne sont pas affectés (ils restent identiques au cas sans champ).

Le comportement pour les très faibles paramètres de Hall est celui sans champ. La conductivité thermique dans la direction croisée est nulle et celle selon  $\perp$  est identique à celle selon la direction  $\parallel$  : le flux se fait selon  $\nabla T_e$ . En revanche, pour  $\chi_e \sim 1$ , on a une composante croisée importante et une diminution conséquente de la composante  $\perp$ , jusqu'à son annulation pour les grands paramètres de Hall.

### 1.1.2-c) Système fermé

Avec les relations de fermeture de Braginskii, on peut réécrire le système complet des équations MHD, dans l'approximation des gaz parfaits, en explicitant certains termes. La loi d'Ohm généralisée devient :

$$\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} + \frac{1}{en_e} \left( \nabla p_e + n_e \bar{\beta} \cdot \nabla k_B T_e \right) = \frac{\mathbf{J}}{en_e} \times \mathbf{B} + \bar{\rho} \cdot \mathbf{J}\tag{1.38}$$

	$Z = 1$	$Z = 2$	$Z = 3$	$Z = 4$	$Z \rightarrow \infty$
$\alpha_0$	0,5129	0,4408	0,3965	0,3752	0,2949
$\beta_0$	0,7110	0,9052	1,016	1,090	1,521
$\gamma_0$	3,1616	4,890	6,064	6,920	12,471
$\delta_0$	3,7703	1,0465	0,5814	0,4106	0,0961
$\delta_1$	14,79	10,80	9,618	9,055	7,482
$\alpha'_1$	6,416	5,523	5,226	5,077	4,63
$\alpha'_0$	1,837	0,5956	0,3515	0,2566	0,0678
$\alpha''_1$	1,704	1,704	1,704	1,704	1,704
$\alpha''_0$	0,7796	0,3139	0,2400	0,1957	0,0940
$\beta'_1$	5,101	4,450	4,233	4,124	3,798
$\beta'_0$	2,681	0,9473	0,5905	0,4478	0,1461
$\beta''_1$	3/2	3/2	3/2	3/2	3/2
$\beta''_0$	3,053	1,784	1,442	1,285	0,877
$\gamma'_1$	4,664	3,957	3,721	3,604	3,25
$\gamma'_0$	11,92	5,118	3,525	2,841	1,20
$\gamma''_1$	5/2	5/2	5/2	5/2	5/2
$\gamma''_0$	21,67	15,37	13,53	12,65	10,23

TABLE 1.1 – Valeurs des différents coefficients intervenants dans les relations de fermeture selon Braginskii [13].

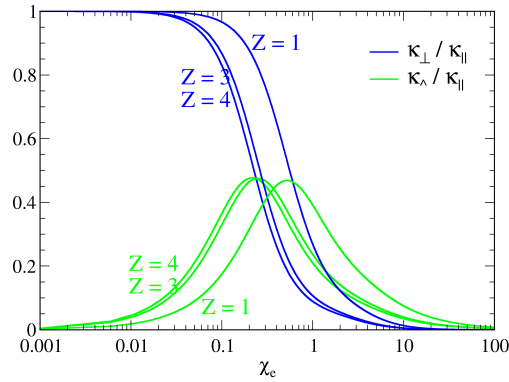


FIGURE 1.2 – Composantes  $\perp$  et  $\wedge$  relatives de la conductivité thermique électronique  $\bar{\kappa}$  selon les expressions de Braginskii (1.36), pour différents numéros atomiques des ions du plasma considérés.

et le système s'écrit :

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1.39)$$

$$\rho (\partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla(p + P_m) + \frac{\mathbf{B} \cdot \nabla}{\mu_0} \mathbf{B} \quad (1.40)$$

$$\begin{aligned} \rho (\partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla) \epsilon_e + p_e \nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot \mathbf{q}_e - p_e \nabla \cdot \frac{\mathbf{J}}{en_e} - \left( \bar{\bar{\rho}} \cdot \mathbf{J} - \frac{\bar{\bar{\beta}}}{e} \cdot \nabla k_B T_e \right) \cdot \mathbf{J} \\ = 3 \frac{m_e}{m_i} n_e \nu_{ei} (k_B T_i - k_B T_e) \end{aligned} \quad (1.41)$$

$$\rho (\partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla) \epsilon_i + p_i \nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot \mathbf{q}_i = 3 \frac{m_e}{m_i} n_e \nu_{ei} (k_B T_e - k_B T_i) \quad (1.42)$$

$$\begin{aligned} \partial_t \mathbf{B} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\bar{\bar{\rho}} \cdot \mathbf{J}) + \nabla \times \left( \frac{\bar{\bar{\beta}}}{e} \cdot \nabla k_B T_e \right) - \nabla \times \left( \frac{\mathbf{J}}{en_e} \times \mathbf{B} \right) \\ + \frac{1}{en_e} \nabla (k_B T_e) \times \nabla n_e \end{aligned} \quad (1.43)$$

L'équation d'évolution du champ magnétique écrite de cette manière met en évidence les différentes contributions. Le premier terme du membre de droite correspond à la convection du champ magnétique. Le second à la diffusion résistive du champ dans la matière. Pour quantifier l'importance relative de ces deux termes, on introduit le nombre de Reynolds magnétique, rapport entre convection et diffusion du champ :

$$R_m = \frac{\mu_0 U L}{\rho} \quad (1.44)$$

où  $U$  est la vitesse de convection,  $L$  la distance caractéristique de variation du champ magnétique et  $\rho$  est la résistivité.  $R_m$  n'est pas explicitement dépendant du champ magnétique. Lorsque la conductivité est importante et donc que la résistivité est faible, la diffusion est très lente et la convection domine ( $R_m \gg 1$ ). Dans la limite d'une conductivité infinie, on a le cas de la MHD idéale où le champ est gelé dans la matière. À l'inverse, lorsque la conductivité est très faible, la diffusion du champ est plus importante que sa convection ( $R_m \ll 1$ ).

Le troisième terme du membre de droite dans l'équation d'évolution du champ magnétique représente l'effet Nernst qui correspond à la convection du champ magnétique par la partie du flux de chaleur associée au tenseur thermoélectrique. Le quatrième terme est l'effet Hall ; il s'agit du champ magnétique engendré par le champ électrique perpendiculaire au champ magnétique et au déplacement des charges. Le dernier terme de l'équation (1.43) est celui responsable de la génération de champ magnétique lorsque les gradients de température et de densité ne sont pas colinéaires. C'est lui qui est à l'origine de l'apparition de champs magnétiques et qui pourrait modifier les instabilités apparaissant au front d'ablation.

D'autres sources de champ magnétique existent dans les plasmas, notamment non collisionnels. Ils sont dus à des effets dit cinétiques, tels que l'instabilité de Weibel [87], ou encore d'anisotropie de fonction de distribution en vitesse des particules. Ces termes sources ne sont généralement pas pris en compte dans la description fluide de la MHD et ne seront pas traités ici.

### 1.1.2-d) Système de la MHD idéale

Souvent, le système précédent est trop compliqué. On peut utiliser le système de la MHD idéale qui résulte d'une simplification à l'extrême de ce système. On suppose notamment en MHD idéale que la conductivité est infinie, et donc que le champ magnétique ne diffuse pas dans le plasma, on dit qu'il est gelé dans la matière. La loi d'Ohm est restreinte à la relation :

$$\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} = 0$$

et le système s'écrit :

$$\begin{aligned} \partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) &= 0 \\ \partial_t (\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) &= -\nabla (p + P_m) + \frac{\mathbf{B} \cdot \nabla}{\mu_0} \mathbf{B} \\ \partial_t \left( \frac{1}{2} \rho u^2 + \rho \epsilon + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) + \nabla \cdot \left( \left( \frac{1}{2} \rho u^2 + \rho \epsilon + p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) \mathbf{u} - \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{u}}{\mu_0} \mathbf{B} \right) &= 0 \\ \partial_t \mathbf{B} &= \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \end{aligned} \tag{1.45}$$

## 1.2 État de l'art

### 1.2.1 L'instabilité de Richtmyer-Meshkov

Considérons deux couches parallèles, superposées de milieux différents (composition, densité...) et une onde de choc plane dont la direction de propagation est perpendiculaire à l'interface qui les sépare (voir figure 1.3). A l'interface, l'onde de choc est transmise dans le second milieu avec une vitesse différente, l'interface est mise en mouvement et une onde de détente ou de choc peut être réfléchiée selon les impédances acoustiques des deux milieux [92]. Si l'interface n'est pas parfaitement lisse, l'instabilité de Richtmyer-Meshkov (IRM) se traduit, après le passage de l'onde, par l'accroissement de l'amplitude des rugosités au cours du temps. Velikovich a montré [86] que c'est l'écoulement transverse induit au niveau de l'interface qui est responsable du développement de l'instabilité.

Dans le cadre de la fusion par confinement inertiel, cette instabilité intervient au début du processus : les défauts dans la coquille de combustible constituent les perturbations initiales dont l'amplitude va croître après le passage de l'onde de choc générée par la détente du plasma en face avant. Dans les scénarios d'allumage par choc, on produit successivement plusieurs ondes de choc qui vont chaque fois occasionner le développement de l'IRM.

#### 1.2.1-a) Le modèle impulsional

Richtmyer a montré le premier l'origine de cette instabilité [66] en 1960 et, en 1969, Meshkov [51] l'a mise en évidence expérimentalement. Richtmyer a introduit le modèle impulsional pour en évaluer la vitesse de croissance. Il adapte une formulation incompressible du problème de l'instabilité de Rayleigh-Taylor : les fluides post-choc de chaque

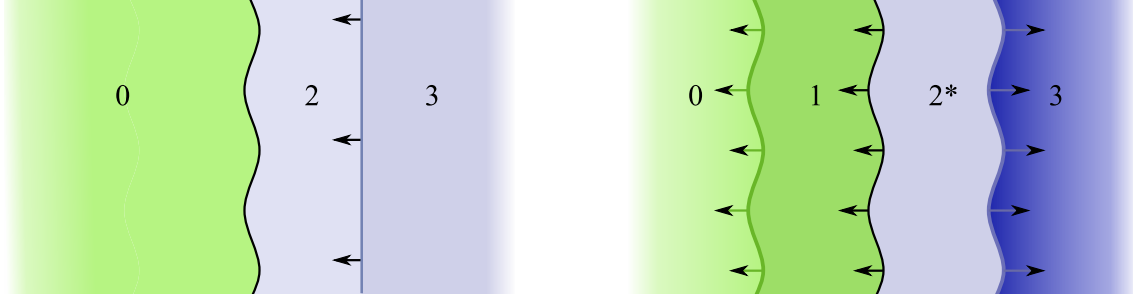


FIGURE 1.3 – Schéma d'une configuration sujette à l'IRM. L'onde de choc se propage de la droite vers la gauche, en direction de l'interface perturbée qui sépare initialement le milieu 0 du milieu 2. Elle le comprime dans un état 3. À l'interface, une onde de choc est transmise dans le milieu 0 le transformant en un milieu 1 et une onde de choc ou de détente est réfléchi qui transforme le milieu 3 en 2\*. L'interface subit une mise en vitesse d'amplitude  $\Delta u$ .

côté de l'interface sont incompressibles et l'effet de l'onde de choc est de communiquer une accélération impulsionnelle à l'interface  $g = \Delta u \delta t$ , avec  $\Delta u$  le saut de vitesse de l'interface dû au passage de l'onde. La vitesse de croissance obtenue est :

$$\Gamma = \frac{da(t)}{dt} = A_T k \Delta u a_0 \quad (1.46)$$

où  $a$  est l'amplitude de la perturbation sinusoïdale monochromatique de nombre d'onde  $k$ ,  $A_T = (\rho_2^* - \rho_1)/(\rho_2^* + \rho_1)$  le nombre d'Atwood relatif aux densités post-choc (voir figure 1.3) et  $a_0$  l'amplitude initiale de la perturbation.

Cette valeur  $a_0$  n'est pas bien définie dans la dérivation de l'expression précédente puisque l'onde de choc met un temps fini à traverser les rugosités d'amplitude finie. C'est pourquoi l'utilisation de ce modèle passe par l'ajustement de  $a_0$  pour mieux approximer les résultats expérimentaux. Avec un nombre d'Atwood positif, Richtmyer a choisi  $a_0 = a_{0+}$ , l'amplitude immédiatement après le passage de l'onde de choc, avec laquelle il obtenait un bon accord avec la théorie linéaire compressible, dans trois configurations, résolue numériquement. Meyer et Blewett [52] ont particulièrement bien approché les différents résultats expérimentaux en prenant :

$$a_0 = (a_{0+} + a_{0-})/2 \quad (1.47)$$

pour les cas où  $A_T < 0$ , où une détente est réfléchi en général. Vandenboomgaerde *et al.* ont proposé [85] l'expression suivante du taux de croissance de l'instabilité :

$$\frac{da(t)}{dt} = \frac{1}{2}ku(A_T^+ a_{0+} + A_T^- a_{0-}) - \frac{1}{6}ku(A_T^+ - A_T^-)(a_{0+} - a_{0-}) \quad (1.48)$$

mais plutôt valable dans le cas des chocs faibles.

### 1.2.1-b) La théorie linéaire compressible

Dans l'espace des différents paramètres du problème (nombre d'Atwood, exposants adiabatiques, force du choc), plusieurs travaux [31, 92, 86, 91] ont comparé la théorie

linéaire en fluides compressibles et le modèle impulsional. Il a été montré que pour la vitesse de croissance asymptotique  $\dot{a}_0(\infty)$ , aussi bien des domaines d'accord, dans la limite des chocs faibles (et d'autant plus que les exposants adiabatiques sont élevés et similaires) que de désaccords importants existent lorsque la force du choc augmente. D'autre part, la formulation de Meyer et Blewett s'avère plus adéquate dans les cas où une onde de détente est réfléchiée lors de la réfraction.

### 1.2.1-c) Le développement non linéaire

Lorsque l'amplitude des perturbations devient comparable à la longueur d'onde,  $a(t) \sim 0, 1\lambda$ , la théorie linéaire et le modèle impulsional ne sont plus considérés comme valables. Les perturbations évoluent vers la formation de bulles du fluide le moins dense et de pointes de fluide dense en forme de champignon. Quelques études ont permis de déterminer des expressions pour le taux de croissance de l'instabilité jusqu'en régime non linéaire. Zhang *et al.*, en considérant que l'instabilité est linéaire et compressible aux temps courts et non linéaire et incompressible aux temps longs, ont obtenu [93] le taux de croissance suivant :

$$\frac{da(t)}{dt} = \frac{a_{lin}}{1 + a_{lin}a_0 + k^2t + \max\left(0, a_{0+}^2k^2 - A_T^2 + \frac{1}{2}\right) a_{lin}^2k^2t^2}$$

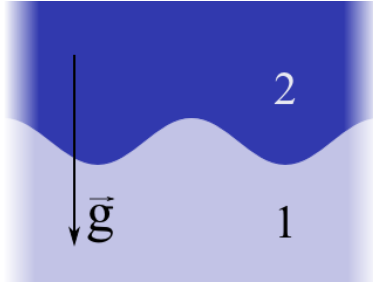
où  $a_{lin}$  correspond à la vitesse de croissance prédite par la théorie linéaire compressible. Cette expression s'accorde avec de nombreuses simulations et expériences [93, 37].

### 1.2.1-d) L'IRM avec champ magnétique

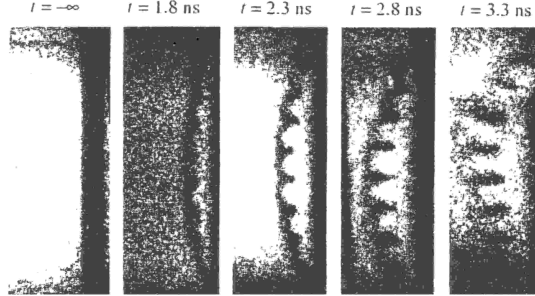
Depuis 2003, plusieurs auteurs se sont intéressés à l'évolution de l'instabilité en présence de champ magnétique. Samtaney [69] a étudié numériquement le comportement de l'interface en milieu idéalement magnétisé selon la direction parallèle à la propagation de l'onde de choc. La vorticité créée par effet barocline lors du passage de l'onde de choc, et responsable du développement de l'IRM, est transportée par des chocs magn  tosoniques et l'amplitude des perturbations sature, l'instabilité est supprimée ; et ce d'autant plus que la pression magnétique est grande devant la pression cinétique du milieu.

Wheatley *et al.* [88], qui ont étendu le modèle impulsional à la configuration de Samtaney, ont retrouvé cette saturation de l'amplitude. La comparaison à des simulations numériques linéaires avec accélération impulsionalle de l'interface a donné des résultats similaires. Toutefois le rapprochement avec des simulations linéaires où l'accélération de l'interface est engendrée par le passage d'une onde de choc ou avec des simulations non linéaires ne donnent qu'un accord qualitatif pour lequel est confirmée la saturation et donc la suppression de l'instabilité lorsqu'un champ parallèle à la direction de propagation du choc est présent.

Plus récemment, Qiu *et al.* [62] et Cao *et al.* [16, 17] ont ajouté respectivement la viscosité, le cisaillement et la stratification dans un modèle impulsional magnétique incompressible pour un champ magnétique transverse, c'est-à-dire perpendiculaire à l'accélération. L'évolution temporelle de l'amplitude des perturbations, dérivée analytiquement, montre que le champ magnétique transverse introduit des oscillations à la fréquence



(a) Schéma de la configuration instable au sens de Rayleigh-Taylor.



(b) Évolution de l'amplitude des perturbations due à l'IRT dans une expérience de Nakai. **Crédits :** photographie tirée de la référence [2].

FIGURE 1.4 – L'instabilité de Rayleigh-Taylor se développe lorsque l'accélération subie par l'interface entre deux fluides est opposée au gradient de densité (à gauche). Elle conduit à la croissance de l'amplitude des perturbations sous forme de doigts de fluide « lourd » et de bulles de fluide « léger » (à droite. Depuis Nakai *et al.* 1995).

$\omega = k\sqrt{k^2\nu^2 - v_A^2}$  et la viscosité cinématique moyenne  $\nu = (\nu_2 + \nu_1)/(\rho_2 + \rho_1)$  un amortissement en  $e^{-k^2\nu t}$ . L'amplitude de la perturbation suit alors la loi :

$$\frac{a(t)}{a_0} = \left( \cosh(\omega t) + \frac{k^2\nu + kA_T \Delta u}{\omega} \sinh(\omega t) \right) e^{-k^2\nu t} \quad (1.49)$$

où  $v_A = \sqrt{(B_2^2 + B_1^2)/[\mu_0(\rho_2 + \rho_1)]}$  est la vitesse d'Alfvén moyennée entre les milieux post-choc 1 et 2.

L'ajout d'un cisaillement (différentiel de vitesse à l'interface  $\delta\mathbf{u}$ ), en revanche, aggrave fortement l'instabilité qui croît alors de manière exponentielle tant que le champ magnétique est assez faible :  $v_A^2 < \frac{1}{4}(1 - A_T)^2 \delta u^2$ .

### 1.2.2 L'instabilité de Rayleigh-Taylor

L'instabilité de Rayleigh-Taylor (IRT) concerne l'interface entre deux fluides superposés, de densité différentes, et soumis à un champ de pesanteur. Si le gradient de densité est dirigé dans le sens opposé à l'accélération de la pesanteur  $\mathbf{g}$ , comme schématisé sur la figure 1.4a, l'équilibre est instable : tout déplacement du fluide 2 de densité  $\rho_2$  dans le fluide 1 de densité  $\rho_1$  inférieure s'accroît puisque la poussée d'Archimède sur l'élément de fluide 2 déplacé reste inférieure à son poids.

Ces considérations sont également valables lorsque les fluides sont accélérés, du moins dense vers le plus dense : dans le référentiel lié à l'interface, l'accélération effective,  $\mathbf{g}$ , est dirigée dans le sens contraire au gradient de densité et on retrouve une situation instable au sens de Rayleigh-Taylor. Le développement de cette instabilité se retrouve dans de nombreux exemples astrophysiques et physiques comme dans les restes de supernovæ, le développement de fronts nuageux...



### 1.2.2-a) Les premiers travaux sur l'IRT

Depuis la première étude par Lord Rayleigh en 1883, un premier modèle analytique a été proposé par Taylor en 1950 ([78]). En considérant des milieux semi-infinis incompressibles, avec un saut de densité à l'interface (*sharp boundary*), le modèle linéaire qu'il propose prédit une croissance exponentielle de l'amplitude des rugosités :

$$a(t) \sim e^{\gamma_{cl} t} \quad (1.50)$$

avec le taux de croissance classique

$$\gamma_{cl} = \sqrt{A_T k g} \quad (1.51)$$

qui justifie l'attention portée à cette instabilité. Dès lors, de nombreux travaux ont rapporté les effets de divers paramètres sur le comportement de cette instabilité : milieux stratifiés, milieux compressibles [5, 33, 84, 46, 65], prise en compte de la tension de surface, de la viscosité (voir chapitre X dans [19]), de la dimension finie des milieux (voir chapitre VIII dans [2])...

### 1.2.2-b) L'IRT en présence de champ magnétique

En 1961, Chandrasekhar (voir chapitre X de [19]) a développé un modèle de l'IRT magnétique en régime linéaire, dans le cadre de la MHD idéale incompressible. Pour un champ parallèle à l'accélération, si celle-ci est dirigée du fluide le plus dense vers le moins dense, ce modèle montre la réduction, avec saturation, du taux de croissance de l'instabilité par rapport au cas sans champ. Dans le cas contraire, il n'y a pas d'instabilité. Avec un champ parallèle à l'interface, le taux de croissance devient :

$$\gamma^2 = A_T k g - \frac{(\mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{k})^2 + (\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{k})^2}{\mu_0 (\rho_2 + \rho_1)} \quad (1.52)$$

introduisant une coupure pour les grands  $k$ . Liberatore *et al.* ont récemment déterminé l'expression analytique de la relation de dispersion de l'IRT en milieu compressible stratifié [44, 45]. La prise en compte de la compressibilité en plus du champ ne modifie pas la coupure dans la relation de dispersion mais le maximum du taux de croissance est significativement abaissé par rapport au modèle incompressible en MHD idéale de Chandrasekhar [19].

### 1.2.2-c) L'IRT en FCI

En FCI, l'IRT intervient au niveau du front d'ablation lors de la phase d'accélération, puis lors de la phase de décélération. Dans le premier cas, la coquille, ablatée par le laser, subit une accélération centripète due à la remontée de la détente générée par réflexion de l'onde de choc sur la face interne de la cible. Dans le référentiel associé au front d'ablation, la configuration n'est pas stable. Dans la phase de décélération de la cible de combustible, la pression du DT gazeux au centre augmente et freine le mouvement centripète de la coquille qui devient de plus en plus dense. Ici encore, la configuration est instable puisque c'est le fluide le moins dense qui « pousse » le plus dense.

**En phase d'accélération** La description analytique, du fait de la forte détente du plasma, semble requérir la prise en compte d'un gradient de densité fini fortement corrélé à la conduction thermique  $\kappa$  en  $T^\nu$ . C'est elle qui assure le transport de l'énergie laser absorbée autour de la densité critique jusqu'au front d'ablation. La conduction varie avec la température et introduit deux échelles caractéristiques limites :  $L_{\min}$  la longueur de gradient minimale, au pied de l'onde thermique et  $L_0$  au niveau de l'absorption de l'énergie qui peut s'exprimer en fonction de  $\nu$  et de  $L_{\min}$ .

En prenant en compte la conductivité thermique électronique et une densité variable dans les équations d'un modèle stationnaire résolu numériquement, Takabe *et al.* [77] ont établi une expression du taux de croissance en ajustant leurs valeurs numériques :

$$\gamma^{\text{Tak}} = \alpha \sqrt{k g} - \beta k v_a$$

où  $\alpha \sim 0,9$  et  $\beta \sim 3,1$ . L'ablation introduit donc une stabilisation et même une coupure dans le spectre, comme esquissé déjà par Bodner en 1974 dans la référence [12], mais la longueur de gradient de densité finie n'a pas d'effet stabilisant apparent contrairement aux résultats de Bud'ko *et al.* [14], qui montrent que pour des faibles longueurs d'onde par rapport au minimum de longueur de gradient de densité  $L_{\min}$ ,  $k L_{\min} \gg 1$ , le taux de croissance vaut  $\sqrt{g/L_{\min}}$ .

On peut obtenir cet effet de manière heuristique en raccordant les grandes longueurs d'ondes, qui ne sont pas affectées par  $L_{\min}$  et évoluent comme dans le cas classique de l'IRT, et le cas des faibles longueurs d'ondes précédemment cité. L'expression obtenue est dite de Takabe-Bodner :

$$\gamma^{\text{TB}} = \alpha_T \sqrt{\frac{k g}{1 + k L_{\min}}} - \beta_T k v_a \quad (1.53)$$

La résolution numérique par Kull [41] du problème stationnaire isobare, avec un gradient de densité, a montré que le taux de croissance dépend fortement de la compétition entre convection ( $v_a$ ), accélération ( $g$ ) et diffusion ( $\kappa$ ). Un nombre sans dimension caractérise le comportement de l'instabilité : le nombre de Froude

$$Fr = L_0 / g v_a^2$$

ainsi que l'indice  $\nu$  de la loi de puissance de la conductivité thermique  $\kappa \sim T^\nu$ .  $L_0$  est l'épaisseur caractéristique du front d'ablation définie comme [2] :

$$L_0 = \frac{\gamma_s - 1}{\gamma_s} \frac{k_B}{r} \frac{\kappa_a}{\rho_a v_a} \quad (1.54)$$

où  $r$  est la constante spécifique du gaz parfait (le plasma est ici considéré comme un gaz parfait) en  $\text{J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ ,  $\gamma_s$  le rapport entre les capacités thermiques à pression constante et à volume constant, et l'indice « a » désigne les valeurs prises au front d'ablation.

Cette influence de  $Fr$  et  $\nu$  a été confirmée par la résolution analytique du modèle isobare par Goncharov et Betti [34, 8, 9]. Ils ont étudié le comportement aux grands et petits nombres de Froude. Pour les grands nombres de Froude, l'expression du taux de croissance montre une stabilisation due à l'ablation et à la convection du plasma de détente. Le cas des faibles nombres de Froude, dans la limite des grandes longueurs d'onde

( $kL_0 \ll 1$ ), donne une expression de la même forme que celle de Takabe mais dépendant des valeurs de  $\nu$ , et de la densité maximale. Pour  $Fr \ll 1$  et pour les petites longueurs d'onde ( $kL_0 \gg 1$ ), une expression plus complexe est trouvée.

Goncharov et Betti ont ensuite raccordé ces solutions asymptotiques pour  $Fr \ll 1$  et pour  $Fr \gg 1$  et obtenu l'expression analytique du taux de croissance de l'IRT en régime ablatif pour un vaste domaine de nombres de Froude et de coefficients  $\nu$ . Ils ont également mis au point une technique pour déterminer à partir de simulations 2D les valeurs de  $\nu$ ,  $Fr$ ,  $L_0$  et  $v_a$  qui vont s'ajuster le mieux à leur modèle 1D et pouvoir utiliser leur expression de taux de croissance.

**En phase de décélération** Depuis une dizaine d'années, les recherches s'intensifient sur l'IRT avec ablation en phase de décélération. Au début des années 2000, Lobatchev et Betti ont établi un modèle basé sur les bilans d'énergie au point chaud (énergie des particules  $\alpha$  issues des réactions de fusion, flux thermique, travail des forces de pression) et ont montré [47, 7] une réduction significative du taux de croissance de l'IRT par l'ablation en phase de décélération et l'apparition d'une coupure pour les hauts modes. La relation de dispersion obtenue numériquement est comparée à la formule de Takabe-Bodner (1.53) en utilisant les valeurs moyennées sur 100 ps avant la stagnation, de l'accélération, de la vitesse d'ablation et de la longueur de gradient minimale. L'accord est bon pour les modes supérieurs à 20 et les écarts aux faibles modes seraient dûs à la symétrie convergente du problème absente dans la dérivation de l'équation (1.53).

Cette baisse du taux de croissance par rapport au taux classique de l'IRT a été confirmé par Atzeni *et al.* [3] qui, à l'aide de simulations 2D lagrangiennes, trouve l'origine de la stabilisation dans l'advection de l'écoulement perturbé (due à l'ablation) vers le point chaud.

Sanz *et al.* ont résolu l'écoulement de manière auto-consistante dans [71] et l'ont perturbé pour effectuer une analyse linéaire de perturbations. Ils décrivent alors beaucoup mieux le comportement du taux de croissance pour les modes peu élevés.

Temporal *et al.* présentent dans la référence [79] une étude numérique concernant les facteurs de géométrie du problème (plane ou sphérique) et de conduction thermique sur le comportement de l'IRT en phase de décélération. Il ressort que le maximum de perturbation lagrangienne n'est pas au front d'ablation, même lorsque la conduction thermique est prise en compte, mais dans le point chaud. En géométrie plane et sans conduction, il est également rapporté que l'instabilité se développe en  $k^{1/2}$  seulement pour les grands nombres d'onde et en  $k$  pour les faibles nombres d'onde. Le régime est forcé par l'hydrodynamique pour les faibles  $k$  dont le taux de croissance est trop faible pour que le temps caractéristique puisse rivaliser avec l'écoulement. À l'inverse, pour les grands  $k$ , la croissance de l'instabilité domine l'écoulement.

### 1.2.2-d) Comportement non linéaire

De la même manière que pour l'IRM, quand l'amplitude d'une perturbation, initialement sinusoïdale monomode, devient comparable à sa longueur d'onde, l'allure des perturbations s'écarte du profil harmonique : l'instabilité entre dans un régime de croissance non linéaire. Dans ce régime non linéaire, le comportement de l'IRT se caractérise par la chute du fluide dense sous forme de « doigts », ou « pics » et de bulles de l'autre fluide

qui remontent dans le plus dense (voir l'illustration de la figure 1.4b). Lorsque l'accélération de l'amplitude  $d_t^2 a(t)$  dépasse l'accélération effective  $g$ , les pics sont en chute libre et l'amplitude entre dans un régime de saturation.

### 1.2.3 L'IRT et les champs auto-générés

Depuis plusieurs décennies, quelques travaux seulement se sont penchés sur le développement parallèle de l'instabilité de Rayleigh-Taylor et des champs magnétiques auto-générés. L'enjeu du problème semble pourtant de taille. En se développant, l'IRT peut générer des configurations où les gradients de température et de densité ne sont plus parallèles. Par conséquent, si l'on sort du cadre de l'approximation isobare dans la description de l'instabilité de Rayleigh-Taylor au front d'ablation,  $\nabla \times \left( \frac{1}{n_e} \nabla P_e \right) \neq 0$ , des termes source non nuls peuvent être générés par l'écoulement et doivent être pris en compte dans l'équation d'évolution du champ magnétique. Le champ magnétique étant susceptible d'altérer les phénomènes de transport dans le plasma, et notamment la conductivité thermique électronique, on peut penser que la vitesse d'ablation va s'en trouver modifiée, affectant la croissance de l'IRT en retour.

Mima *et al.* [54] ont obtenu numériquement la création de champ magnétique par la croissance de l'instabilité, avec une saturation du champ magnétique. Mais leur problème n'était pas auto-consistant. R. G. Evans, en 1986, propose plusieurs considérations théoriques sur les valeurs de champ auto-générés dans la publication [29]. En négligeant la diffusion magnétique (en négligeant la résistivité), il relie la vorticité au champ en rapprochant leur équation d'évolution. Il obtient une longueur d'onde maximum de perturbations, de quelques microns, au delà de laquelle l'énergie dans la vorticité générée l'emporte sur l'énergie magnétique dont l'effet devient donc négligeable. Il évalue également le paramètre de Hall (voir l'équation (1.28)) maximum en prenant en compte la résistivité et propose :

$$\chi_{\max} = (\omega\tau)_{\max} = \frac{g}{k} \tau_e^2 \frac{m_i}{m_e} \frac{1}{Z+1} \frac{\omega_{pe}^2}{c^2} \quad (1.55)$$

avec  $\tau_e$  l'inverse de la fréquence de collision électrons-ions et  $\omega_{pe}$  la fréquence plasma électronique.

Nishiguchi propose [58] une estimation du champ magnétique auto-généré au cours du temps en fonction de la longueur caractéristique du profil de densité  $L$  et de l'accélération :

$$B_z = -\frac{icAm_p}{e(Z+1)} \left( \frac{gk}{\gamma^2} + \frac{1}{2kL} \right) \gamma a \quad (1.56)$$

où  $\gamma$  est le taux de croissance des perturbations,  $m_p$  la masse du proton,  $A$  le nombre de masse et  $a(t) = \int_0^t \delta u dt$ , avec  $\delta u$  la perturbation de vitesse dans la direction du vecteur d'onde. Le champ, dans son estimation, augmente pour les grandes longueurs d'onde et pour les forts  $kg$ . Ses simulations montrent un raidissement du profil du champ magnétique lorsque son effet est pris en compte dans les coefficients de transport. Il relève également la génération de modes élevés même dans la phase linéaire due à la génération de champ magnétique plus importante aux endroits où les produits des gradients croisés de température et de densité sont les plus importants. Le flux de chaleur peut y être sensiblement réduit et l'écoulement de l'énergie favorisé le long des lignes de champ nul.

Hata *et al.* ont évalué dans [35] l'amplitude des champs auto-générés par l'IRT dans la phase de décélération d'une cible FCI. Ils obtiennent des valeurs de plusieurs dizaines de

mégagauss dues à l'amplification par l'effet Nernst, qui, selon la cartographie du paramètre de Hall dans leurs simulations, pourrait affecter le transport électronique au niveau du point chaud. Par ailleurs, récemment, Fryxell *et al.* [32] proposent la génération de champs magnétiques pour expliquer les différences entre les résultats d'une expérience d'instabilité de Rayleigh-Taylor forcée par onde de choc et les simulations effectuées.

L'IRM et l'IRT, dont nous venons de ne présenter qu'une partie des travaux, sont étudiées activement. Nous présentons maintenant les écoulements fluides de base des modèles qui nous intéressent et leur linéarisation sur laquelle est fondée l'étude linéaire de stabilité.

### 1.3 Modèles des instabilités de RM et RT en phase linéaire

L'étude des instabilités hydrodynamiques vise à quantifier l'évolution des écarts à l'état d'équilibre des milieux d'un problème fluide donné, pour évaluer les répercussions sur l'écoulement de base. Analytiquement, on déplace un système de son état d'équilibre en introduisant des perturbations  $\delta\phi$  infinitésimales des variables de base  $\phi_0$ . Malgré leur faible amplitude initiale, elles prennent de l'importance et font s'emballer le système s'il est *instable*.

On distingue, dans le développement des perturbations, la phase linéaire, tant que l'amplitude des perturbations est significativement inférieure aux variables de base associées :  $\delta\phi \ll \phi_0$ , de la phase non linéaire. Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le cadre de la phase linéaire de développement des instabilités. Nous présentons dans cette section certains modèles linéaires et rappelons le corpus mathématique.

On suppose que toute perturbation se décompose en série de modes normaux issus d'une base appropriée à la géométrie du problème (Fourier, polynômes de Legendre, harmoniques sphériques...) et on se borne à l'étude linéaire d'un seul mode à la fois, en supposant qu'ils sont linéairement indépendants. Le but recherché est l'obtention de la relation de dispersion qui donne le taux de croissance  $\gamma$  de l'instabilité en fonction du mode  $k$  de la perturbation initialisée. L'intérêt d'obtenir une relation de dispersion est de permettre une étude de sensibilité des paramètres du système.

#### 1.3.1 Un exemple de linéarisation : idéalisation du problème de l'IRT

Nous menons ici le calcul des solutions générales du problème idéalisé de l'IRT issues de la linéarisation des équations fluides. On suppose deux fluides 1 et 2 incompressibles, semi-infinis superposés dans un champ de pesanteur  $\mathbf{g}$  orienté dans le sens des  $z$  décroissants. Dans chacun des milieux, les équations suivantes sont vérifiées :

$$\begin{aligned}\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) &= 0 \\ \rho (\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}) &= -\nabla p - \rho \mathbf{g} \\ \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0\end{aligned}$$

On effectue la transformation  $\phi \rightarrow \phi + \delta\phi$  avec  $\delta\phi(x, z, t) = \delta\phi_0(z)e^{ikx+\gamma t} \ll \phi$  puis on développe en série de Taylor ces équations pour ne retenir que les termes perturbés à l'ordre un. On parle de linéarisation. On se place par ailleurs dans le référentiel associé à l'interface non perturbée de sorte que la vitesse fluide non perturbée soit nulle. Il vient :

$$\gamma\delta\rho_0 + \rho ik\delta u_{x0} + \partial_z\delta u_{z0} = 0 \quad (1.57a)$$

$$\rho\gamma\delta u_{x0} = -ik\delta p_0 \quad (1.57b)$$

$$\rho\gamma\delta u_{z0} = -\partial_z\delta p_0 - \delta\rho_0 g \quad (1.57c)$$

$$ik\delta u_{x0} + \partial_z\delta u_{z0} = 0 \quad (1.57d)$$

En combinant (1.57c) et (1.57a), on obtient :

$$\partial_z\delta p_0 = -\rho_0\gamma\delta u_{z0} + \frac{1}{\gamma}\partial_z\rho_0\delta u_{z0}g \quad (1.58)$$

D'autre part, avec (1.57b) et (1.57d), on a :

$$k^2\delta p_0 = -\rho_0\gamma\partial_z\delta u_{z0} \quad (1.59)$$

On omet l'indice 0 dans la suite. On aboutit à l'équation sur la perturbation de vitesse suivante :

$$\partial_z(\rho\partial_z\delta u_z) - \rho k^2\delta u_z = -\frac{k^2}{\gamma^2}(\partial_z\rho)\delta u_z \quad (1.60)$$

En considérant les profils de densité constants dans chacun des domaines, l'équation précédente, plus générale, se réduit à :

$$(\partial_z^2 - k^2)\delta u_z = 0$$

La solution générale pour chaque domaine (2 pour  $z > 0$  et 1 pour  $z < 0$ ) s'écrit comme la somme d'une exponentielle croissante et décroissante :

$$\delta u_z = Ae^{+kz} + Be^{-kz}$$

L'amplitude des perturbations doit tendre vers 0 lorsque  $z \rightarrow \pm\infty$  suivant le domaine. D'où  $A_2 = B_1 = 0$  et, du fait de la continuité de  $\delta u_z$  à l'interface,  $A_1 = B_2 = A$ . Ainsi :

$$\delta u_{z1} = Ae^{+kz} \quad \text{pour } z < 0 \quad (1.61)$$

$$\delta u_{z2} = Ae^{-kz} \quad \text{pour } z > 0 \quad (1.62)$$

L'équation (1.60) permet le raccord à l'interface où la densité varie et on obtient :

$$\frac{d^2a}{dt^2} = A_T k g a \quad (1.63)$$

$$\gamma_{cl}^2 = g k A_T \quad (1.64)$$

avec le nombre d'Atwood défini par :

$$A_T = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2}$$

Cette équation bien connue caractérise la croissance exponentielle de l'amplitude des perturbations lorsque le gradient de densité est opposé à l'accélération et montre la croissance rapide des longueurs d'onde les plus faibles. Ce cadre très simple de l'IRT sert de base à la modélisation impulsionnelle de l'IRM.

### 1.3.2 L'IRM et le modèle impulsional

La description de l'instabilité de Richtmyer-Meshkov par le modèle impulsional est basée sur la formulation incompressible du problème de Rayleigh-Taylor linéarisé exposé ci-dessus.

L'équation (1.63) est l'équation (3) de la référence [66]. Une modélisation de l'action d'une onde de choc sur cette configuration de fluides superposés consiste à considérer que l'accélération est localisée dans le temps où l'onde traverse l'interface. On utilise l'équation (1.63) avec  $g(t) = \Delta u \delta(t)$ . En intégrant, ce modèle *impulsionnel* de l'instabilité de Richtmyer-Meshkov conduit à une vitesse de croissance constante des perturbations :

$$\frac{da}{dt} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} a_0 k \Delta u \quad (1.65)$$

où  $\Delta u$  est la vitesse acquise par l'interface moyenne après passage du choc et  $a_0$  l'amplitude des perturbations juste après le passage de l'onde. Suivant les paramètres initiaux considérés, ce modèle très pratique présente des écarts avec la théorie linéaire compressible plus rigoureuse.

### 1.3.3 Le problème linéarisé de l'IRM

La théorie linéaire compressible pour l'IRM se développe comme le calcul de la section précédente en considérant des perturbations des variables fluides d'amplitude très inférieures aux variables elles-mêmes. On combine les équations aux perturbations obtenues pour établir une équation différentielle qui régit l'évolution temporelle et spatiale des perturbations.

Outre sa résolution, une difficulté de l'IRM réside dans l'évaluation des conditions initiales et des conditions aux limites linéarisées adéquates. Contrairement aux écoulements de Rayleigh-Taylor usuels confinés, on a ici des conditions aux limites dynamiques fixées par la nature et l'évolution des ondes réfractée et réfléchie lorsque l'onde de choc débouche sur l'interface. Elles sont basées sur les relations de Rankine-Hugoniot pour les ondes de choc et sur une détente isentropique pour l'onde de détente réfléchie, le cas échéant.

#### 1.3.3-a) Lorsqu'une onde de choc est réfléchie

**Écoulement de base** Nous exposons les conditions aux limites comme l'a fait Richtmyer dans [66]. Les deux premières relations de Rankine-Hugoniot à une dimension, concernent la conservation du flux de masse et du flux de quantité de mouvement à travers la discontinuité que représente l'onde de choc se propageant suivant l'axe  $z$  :

$$[\rho U] = 0 \quad (1.66a)$$

$$[p + \rho U^2] = 0 \quad (1.66b)$$

où  $U$  est la vitesse exprimée dans le référentiel associé à l'onde de choc considérée et où  $[H] = H - H_\star$  est la différence entre la quantité  $H$  évaluée en amont et en aval ( $\star$ ) de l'onde. On a directement entre les deux milieux :

$$\begin{aligned} p_\star - p &= \rho^2 U^2 \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_\star} \right) \\ \Rightarrow \frac{p_\star - p}{\rho_\star - \rho} \rho \rho_\star &= \rho^2 U^2 = \rho_\star^2 U_\star^2 \end{aligned} \quad (1.67)$$

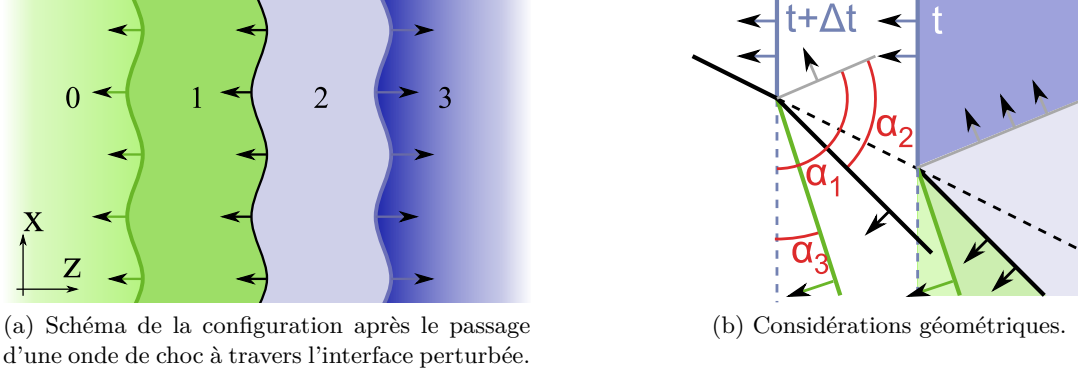


FIGURE 1.5 – Évolution des différents domaines lors de l'interaction d'une onde de choc avec une interface perturbée.

L'onde de choc initiale se propage dans le sens des  $z$  décroissants et arrive sur l'interface perturbée selon  $x$ . On considère le problème dans quatre régions de l'espace délimitées par les ondes transmises et réfléchies et l'interface. La première zone, indicée 0, correspond au domaine de droite non encore atteint par l'onde de choc transmise. Le domaine 1 est celui entre l'interface perturbée et l'onde de choc transmise perturbée. Le milieu 2, entre l'onde réfléchie perturbée et l'interface perturbée, est choqué deux fois lorsque l'onde réfléchie est une onde de choc : la première fois par le choc incident et la deuxième par le choc réfléchi. Et enfin le domaine 3 qui n'a subi que le passage du choc incident et qui n'est pas perturbé (voir figure 1.5a). Les amplitudes du plissement de l'interface et des ondes transmises et réfléchies sont notées respectivement  $a_0(t)$ ,  $a_1(t)$  et  $a_2(t)$ .

**Étude des perturbations** Dans le référentiel de l'interface non perturbée, mise en vitesse, les positions au cours du temps du choc transmis, de l'interface perturbée et du choc réfléchi sont respectivement :

$$z = -D_1 t + a_1(t) e^{ikx} \quad (1.68a)$$

$$z = a_0(t) e^{ikx} \quad (1.68b)$$

$$z = +D_2 t + a_2(t) e^{ikx} \quad (1.68c)$$

où  $D_1$  et  $D_2$  sont respectivement les normes des vitesses des ondes de choc transmise et réfléchie. Compte tenu de (1.67), on écrit facilement :

$$\frac{D_2}{\tau_2} = \frac{D_2 - u_3}{\tau_3} = \sqrt{\frac{p_2 - p_3}{\tau_3 - \tau_2}} \quad (1.69)$$

$$\frac{D_1}{\tau_1} = \frac{D_1 + u_0}{\tau_0} = \sqrt{\frac{p_1 - p_0}{\tau_0 - \tau_1}} \quad (1.70)$$

$$(1.71)$$



où  $\tau = 1/\rho$  est le volume spécifique. La linéarisation à l'ordre un donne l'équation :

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{p_2 - p_3}{\tau_3 - \tau_2}} \left( \frac{1}{2} \frac{\delta p_2(D_2 t, t)}{p_2 - p_3} + \frac{1}{2} \frac{\delta \tau_2(D_2 t, t)}{\tau_3 - \tau_2} \right) &= \frac{1}{\tau_2} (\dot{a}_2 - \delta u_{z2}(D_2 t, t)) - \frac{D_2}{\tau_2^2} \delta \tau_2(D_2 t, t) \\ &= \frac{1}{\tau_3} \dot{a}_2 \end{aligned} \quad (1.72)$$

Quelque soit l'équation d'état reliant  $p$  et  $\tau$ , si l'on connaît l'Hugoniot  $\phi$  telle que  $p = \phi(\tau)$ , on peut écrire :

$$\delta p_2(D_2 t, t) = \frac{d\phi(\tau)}{d\tau} \Big|_{\tau=\tau_2} \delta \tau_2(D_2 t, t)$$

Et la même équation au niveau du choc transmis. Si on introduit les constantes adimensionnées :

$$K_1 = - \frac{\frac{d\phi_1(\tau)}{d\tau} \Big|_{\tau=\tau_1}}{\left(\frac{c_1}{\tau_1}\right)^2} \quad (1.73)$$

$$K_2 = - \frac{\frac{d\phi_2(\tau)}{d\tau} \Big|_{\tau=\tau_2}}{\left(\frac{c_2}{\tau_2}\right)^2} \quad (1.74)$$

avec les définitions des vitesses du son :

$$\left(\frac{c}{\tau}\right)^2 = - \frac{\delta p}{K \delta \tau} \quad (1.75)$$

on peut écrire, en utilisant (1.69) et (1.70) :

$$\begin{aligned} \dot{a}_2 &= + \frac{1}{2} \frac{\tau_3 \tau_2}{\tau_3 - \tau_2} \left( \frac{1}{D_2} - \frac{D_2}{K_2 c_2^2} \right) \delta p_2(D_2 t, t) \\ \dot{a}_1 &= - \frac{1}{2} \frac{\tau_0 \tau_1}{\tau_0 - \tau_1} \left( \frac{1}{D_1} - \frac{D_1}{K_1 c_1^2} \right) \delta p_1(D_1 t, t) \end{aligned}$$

On peut encore modifier ces conditions aux limites au niveau des ondes de choc en éliminant  $a_2$  (respectivement  $a_1$ ) de l'équation (1.72) puis avec quelques considérations géométriques :

$$\delta u_{z2}(D_2 t, t) = \frac{1}{2} \tau_2 \left( \frac{1}{D_2} + \frac{D_2}{K_2 c_2^2} \right) \delta p_2(D_2 t, t)$$

ou encore :

$$(\partial_t + D_2 \partial_z) \delta u_{z2}(D_2 t, t) = \frac{1}{2} \tau_2 \left( \frac{1}{D_2} + \frac{D_2}{K_2 c_2^2} \right) (\partial_t + D_2 \partial_z) \delta p_2(D_2 t, t) \quad (1.76)$$

À travers le choc, la composante tangentielle de la vitesse fluide est continue :  $\delta u_x(D_2 t, t) = u_3 \tan \alpha$ , si on appelle  $\alpha$  l'angle que fait localement la perturbation du front de choc avec la verticale  $x$  (cf figure 1.5b). On a, d'autre part, à l'ordre un, pour le choc réfléchi :

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \partial_x z_{\text{choc}} \\ &= \partial_x \left( D_2 t + a_2(t) e^{ikx} \right) \\ &= i k a_2(t) e^{ikx} \end{aligned}$$

Donc on écrit :

$$ikD_2\delta u_x(D_2t, t) = -k^2u_3D_2a_2(t)$$

En additionnant cette dernière équation avec (1.76), en utilisant la conservation de la masse et de la quantité de mouvement on peut se ramener aux relations suivantes :

$$\left(D_2 + \frac{c_2^2}{2D_2} + \frac{D_2}{2K_2}\right) \frac{d\delta p_2(D_2t, t)}{dt} = (D_2^2 - c_2^2) \partial_z \delta p_2|_{z=D_2t} + \frac{k^2 c_2^2 u_3 D_2}{\tau_2} a_2(t) \quad (1.77)$$

$$\left(D_1 + \frac{c_1^2}{2D_1} + \frac{D_1}{2K_1}\right) \frac{d\delta p_1(-D_1t, t)}{dt} = -(D_1^2 - c_1^2) \partial_z \delta p_1|_{z=-D_1t} + \frac{k^2 c_1^2 u_0 D_1}{\tau_1} a_1(t) \quad (1.78)$$

La condition au niveau de l'interface est obtenue avec la continuité de la composante normale du fluide à travers elle :

$$\ddot{a}_0(t) = -\tau_1 \partial_z \delta p|_{z=0^-} = -\tau_2 \partial_z \delta p|_{z=0^+} \quad (1.79)$$

Les conditions initiales s'obtiennent à partir de considérations géométriques des relations de Rankine-Hugoniot (conservation de la composante tangentielle, variation de  $\sqrt{\Delta\tau\Delta\rho}$  de la composante normale de la vitesse... voir figure 1.5b) :

$$\begin{aligned} u_0 - D_2 &= U_0 \left(1 - \frac{a_2(0^+)}{a_0(0^-)}\right) \\ u_0 + D_1 &= U_0 \left(1 - \frac{a_1(0^+)}{a_0(0^-)}\right) \\ u_0 &= U_0 \left(1 - \frac{a_0(0^+)}{a_0(0^-)}\right) \end{aligned}$$

en supposant également que les vitesses communiquées aux creux et aux pics de l'interface perturbée sont égales et que l'on a par conséquent  $\dot{a}_0(0) = 0$  et en écrivant au premier ordre :  $\delta p(0, 0) = 0$ .

**Solutions de l'évolution des perturbations par G. Fraley [31] puis Wouchuk [91]** En combinant les équations linéarisées compressibles, on peut obtenir l'équation d'évolution des perturbations de pression :

$$\partial_t^2 \delta p + k^2 c^2 \delta p - c^2 \partial_z^2 \delta p = 0 \quad (1.80)$$

Wouchuk *et al.* posent :

$$r \cosh \theta = kct \quad (1.81a)$$

$$r \sinh \theta = kz \quad (1.81b)$$

et obtiennent l'équation :

$$\partial_r^2 \delta p + \frac{1}{r} \partial_r \delta p + \delta p - \frac{1}{r^2} \partial_\theta^2 \delta p = 0$$

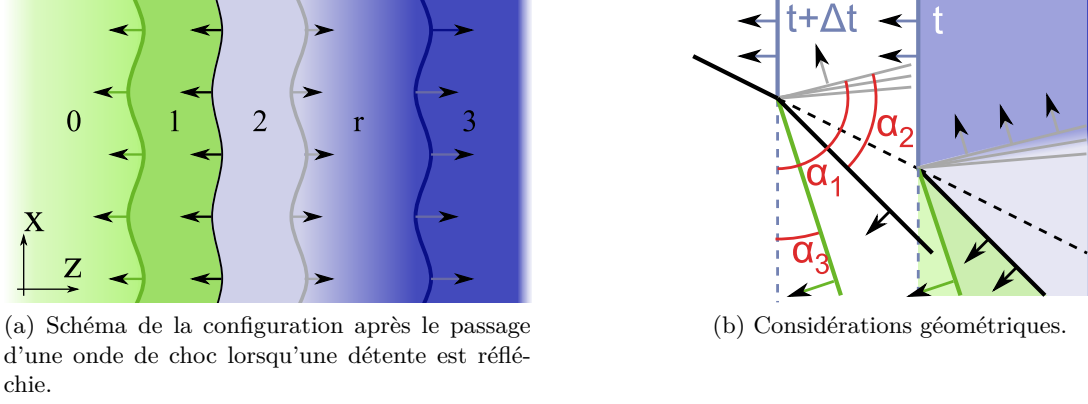


FIGURE 1.6 – Évolution des différents domaines lorsqu'une onde de détente est réfléchie. Un domaine supplémentaire entre en jeu par rapport au cas précédent, domaine où la densité est continue de  $\rho_2$  à  $\rho_3$ .

et en supposant  $\delta p = g_\nu(r)h_\nu(\theta)$ , on a :

$$\frac{d^2}{dr^2}g_\nu + \frac{1}{r}\frac{d}{dr}g_\nu + \left(1 - \frac{\nu^2}{r^2}\right)g_\nu = 0 \quad (1.82)$$

$$\frac{d^2}{d\theta^2}h_\nu = \nu^2 h_\nu \quad (1.83)$$

Une solution peut être obtenue en combinant des fonctions de Bessel d'ordre  $\nu$  (1.82) à des fonctions exponentielles :

$$\delta p = \sum_{\nu} (A_\nu e^{-\nu\theta} + B_\nu e^{\nu\theta}) (C_\nu J_\nu(r) + D_\nu Y_\nu(r))$$

Les fonctions  $J_\nu$  et  $Y_\nu$  sont les fonctions de Bessel solutions indépendantes de (1.82) et les autres coefficients sont trouvés à partir des conditions initiales et aux limites linéarisées qui suivent la démarche de Richtmyer exposée ci-dessus.

### 1.3.3-b) Lorsqu'une onde de détente est réfléchie

Dans le cas où une détente réfléchie est générée, l'écoulement présente une cinquième zone délimitée par le front et la queue de la détente. Les deux frontières se propagent à la vitesse du son dans le milieu qu'elles parcourent, ce qui empêche toute propagation d'information de l'interface vers la zone détendue. En revanche, le front perturbé sème des perturbations vers la queue de la détente qui fait de même vers l'interface. La difficulté supplémentaire ici est due à la non uniformité des profils dans la zone détendue.

En gardant la même numérotation du domaine, en ajoutant la zone de détente  $r$  (voir figure 1.6a et 1.6b), l'équation sur la perturbation de pression (1.80) reste valable dans les

régions 0, 1, 2 et 3, mais pas dans  $r$  où l'on doit vérifier au premier ordre :

$$\partial_t \delta \rho + \rho \partial_z \delta u_z + ik \delta u_x + \delta u_z \partial_z \rho + \delta \rho \partial_z u_z + u_z \partial_z \delta \rho = 0 \quad (1.84a)$$

$$\partial_t \delta u_z + u_z \partial_z \delta u_z + \delta u_z \partial_z u_z - \frac{\delta \rho}{\rho^2} \partial_z p + \frac{1}{\rho} \partial_z \delta p = 0 \quad (1.84b)$$

$$\partial_t \delta u_x + u_z \partial_z \delta u_z + \frac{ik}{\rho} \delta p = 0 \quad (1.84c)$$

$$\partial_t \delta s + u_z \partial_z \delta s = 0 \quad (1.84d)$$

et on a  $\delta p = c^2 \delta \rho + j^2 \delta s$ , avec  $j = \partial_s p|_\rho$ . On effectue un changement des variables indépendantes de  $z$  et  $t$  à  $\xi = z/t$  et  $t$ . Dans  $r$ , les quantités non perturbées ne sont fonction que de  $\xi$  et vérifient :

$$u + c = \xi \quad (1.85a)$$

$$\partial_\xi u = \frac{1}{g} \quad (1.85b)$$

$$\partial_\xi p = \frac{\rho c}{g} \quad (1.85c)$$

$$\partial_\xi \rho = \frac{\rho}{gc} \quad (1.85d)$$

$$\partial_\xi c = 1 - \frac{1}{g} \quad (1.85e)$$

où  $g = (\gamma + 1)c/(2\rho)$ . On montre que le système d'équations perturbées (1.84) se met alors sous la forme :

$$\partial_t A = \frac{1}{t} \left( \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) B - \frac{ct^2}{2} V \right) \quad (1.86a)$$

$$\partial_t B - \frac{2c}{t} \partial_\xi B = \frac{1}{t} \left( B + \frac{ct^2}{2} V \right) \quad (1.86b)$$

$$\partial_t V - \frac{c}{t} \partial_\xi V = \frac{k^2 c}{t} (A - B) \quad (1.86c)$$

avec :

$$V = ik \delta u_x \quad (1.87a)$$

$$\delta \rho = \frac{\rho}{ct} (A - B) \quad (1.87b)$$

$$\delta u_x = \frac{1}{t} (A + B) \quad (1.87c)$$

et il s'agit alors de trouver  $A$ ,  $B$  et  $V$ .

Les conditions initiales concernant le front de la zone diluée sont la continuité de la densité et des composantes normale et tangentielle de la vitesse de part et d'autre du front. Elles conduisent à :

$$A(D_3, t) = -\frac{1}{g} a_3(t) \quad (1.88a)$$

$$B(D_3, t) = 0 \quad (1.88b)$$

$$V(D_3, t) = 0 \quad (1.88c)$$

On écrit alors avec (1.86a) :

$$\dot{a}_3(t) = 0 \quad (1.89)$$

Les perturbations dans la zone 2 sont liées à celles de la zone  $r$  et il faut donc ajouter une relation entre ces deux régions, à la queue de la détente. À ce niveau, la continuité de la densité, des composantes normale et tangentielle de la vitesse et les équations d'Euler linéarisées dans la zone 2 permettent d'obtenir l'évolution de  $a_2$  :

$$\dot{a}_2(t) = \frac{1}{t} (a_2(t) + gA(D_2, t) + (2 - g)B(D_2, t)) \quad (1.90)$$

Les équations linéarisées couplées aux relations de continuité et de saut et aux conditions initiales exposées permettent de calculer l'évolution temporelle et spatiale des perturbations de l'IRM. Le principe est le même pour l'IRT : on développe un modèle d'équations fluides linéarisées que l'on résout en considérant les conditions aux limites et initiales.

### 1.3.4 L'IRT ablative et le modèle de Goncharov-Betti

Les modèles linéaires de perturbation de l'IRT au front d'ablation ont évolué vers des modèles auto-consistants. Le modèle d'IRT ablative de Goncharov-Betti est basé sur la prise en compte de la conductivité thermique finie :

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} = 0 \quad (1.91)$$

$$\rho (\partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} \quad (1.92)$$

$$\nabla \cdot \left( \mathbf{u} + L_0 v_a \frac{\nabla \xi}{\xi^{\nu+2}} \right) = 0 \quad (1.93)$$

où la dernière équation a été obtenue en considérant les équations stationnaires de conservation de l'énergie et de l'impulsion, avec l'hypothèse isobare :  $\nabla p_0 \sim 0$ . On a posé  $\xi = \rho/\rho_{\text{abla}}$ ,  $v_a$  est la vitesse d'ablation et  $L_0$  la largeur caractéristique du front d'ablation définie en (1.54). L'écoulement considéré est à deux dimensions :  $z$  et  $x$ .

La première et la dernière équation du système précédent peuvent se mettre sous la forme :

$$\frac{d\xi}{dz} = -\frac{1}{L_0} \xi^{\nu+1} (1 - \xi) \quad (1.94)$$

Cette équation fournit la longueur caractéristique de gradient de densité :  $L = L_0/(\xi^\nu(1 - \xi))$  qui est minimale pour  $\xi = \nu/(1 + \nu)$ .

En considérant une décomposition de Fourier suivant  $x$  des perturbations, on obtient :

$$(\partial_{\tilde{y}} - \Gamma_a \xi) \tilde{n} - \frac{\tilde{U}_y \xi}{\tilde{L} \epsilon} - \xi \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{U}} = 0 \quad (1.95)$$

$$\tilde{\pi} + i(\partial_{\tilde{z}} - \Gamma_a \xi) \tilde{U}_x = 0 \quad (1.96)$$

$$\partial_{\tilde{z}} \pi - \left( \partial_{\tilde{z}} - \Gamma_a \xi - \frac{1}{\epsilon \tilde{L}} \right) \tilde{U}_y + \tilde{n} \left( \frac{\xi}{\epsilon Fr} - \frac{1}{\epsilon \tilde{L} \xi} \right) = 0 \quad (1.97)$$

$$\tilde{\nabla} \cdot (\tilde{\mathbf{U}} + \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\Phi}) = 0 \quad (1.98)$$

où l'on a introduit :  $\tilde{z} = kz$ ,  $Fr = v_a^2/(gL_0)$ ,  $\Gamma_a = \gamma/kv_a$ ,  $\epsilon = kL_0$ . Les autres quantités adimensionnées sont :  $\tilde{\xi} = \tilde{\rho}/\rho_a$ ,  $\tilde{n} = \tilde{\xi}/\xi$ ,  $\tilde{\mathbf{U}} = \tilde{\mathbf{u}}/v_a$ ,  $\tilde{\pi} = \tilde{p}/\rho_a v_a^2$ ,  $\tilde{\Phi} = \epsilon \tilde{\xi}/\xi^{\nu+2}$  et  $\tilde{L} = L/L_0$ .

On peut alors combiner ces équations entre elles pour obtenir l'équation différentielle sur la perturbation de densité :

$$[\partial_{\tilde{z}} (\partial_{\tilde{z}} - \Gamma_a \xi) \partial_{\tilde{z}} - (\partial_{\tilde{z}} - \Gamma_a \xi)] \epsilon \tilde{L} \left[ (\partial_{\tilde{z}} - \Gamma_a \xi) \tilde{\Phi} \xi^\nu + \epsilon \tilde{\nabla}^2 \tilde{\Phi} \right] + \partial_{\tilde{z}} (\partial_{\tilde{z}} - \Gamma_a \xi) \left[ \partial_{\tilde{z}} \tilde{\Phi} \xi^\nu + \epsilon \tilde{\nabla}^2 \tilde{\Phi} \right] + \epsilon \tilde{\nabla}^2 \tilde{\Phi} + \frac{1}{\epsilon Fr} \tilde{\Phi} \xi^{\nu+2} = 0 \quad (1.99)$$

Les fonctions propres doivent tendre vers zéro en  $\pm\infty$ . Pour simplifier l'équation et pouvoir la résoudre, Goncharov et Betti ont effectué une résolution asymptotique pour les grandes longueurs d'onde  $\epsilon \ll 1$  puis pour les petites  $\epsilon \gg 1$ . Ils raccordent ensuite leurs solutions asymptotiques en une seule expression analytique.

#### 1.3.4-a) Pour les grands nombres de Froude $Fr \gg 1$

Lorsque  $Fr \rightarrow \infty$  on a un profil très raide de densité ou une forte vitesse d'ablation. On s'attend donc à ce que la longueur de gradient ait très peu d'effet dans la stabilisation et on suppose que la stabilisation due à l'ablation a lieu pour les longueurs d'onde grandes devant  $L_0$  :  $kL_0 \ll 1$ . L'étude se réduit donc ici aux grandes longueurs d'onde.

Le profil de densité peut être décomposé en trois parties compte tenu de l'échelle des perturbations : une région sur-dense où  $\tilde{z} \gg kL_0$ , le front d'ablation, où  $\tilde{z} \sim kL_0$  et la région de détente du plasma où  $\tilde{z} \ll kL_0$ .

A partir de là, on considère deux limites :  $\Gamma_a \gg 1$  et  $\Gamma_a \ll 1$ .

Dans le premier cas, on a  $\gamma \gg kv_a$ . L'effet de l'ablation sur le taux de croissance des perturbations est faible et  $\gamma \sim \gamma_{cl} \sim \sqrt{kg}$ . L'équation (1.99) se met donc sous la forme :

$$(\partial_{\tilde{z}}^2 - 1) (\partial_{\tilde{z}} - \Gamma_a) (\epsilon \partial_{\tilde{z}}^2 - \partial_{\tilde{z}} - \Gamma_a - \epsilon) \tilde{\Phi}^h e^{\tilde{z}/\epsilon} = 0$$

où l'exposant  $h$  indique le fluide lourd (heavy).

Dans le cas où  $\nu > 1$ , ils obtiennent finalement :

$$\gamma = \sqrt{A_T kg - A_T^2 k^2 v_a V'_{bo}} - (1 + A_T) kv_a$$

où

$$V'_{bo} = \frac{v_a}{\mu'_0 \epsilon^{1/\nu}} \quad \mu'_0 = \mu_0 + \frac{0,12}{\nu^2}$$

#### 1.3.4-b) Pour les faibles nombres de Froude $Fr \ll 1$

Cette limite correspond aux fronts d'ablation avec des grandes échelles de longueur  $L_0$  et/ou des faibles vitesses d'ablation. Ceci suggère que la stabilisation par l'ablation est plus faible que celle par la longueur finie de gradient. Pour les grandes longueurs d'onde, ils obtiennent :

$$\gamma = \sqrt{A'_T kg - \beta kv_a}$$

avec

$$A'_T = \frac{1 - \xi_l}{1 + \xi_l} \quad \xi_l = \mu_0 \left( \frac{1}{\epsilon} + 2 \right) \quad \beta = \frac{\Gamma(1 + 2/\nu)}{\Gamma^2(1 + 1/\nu)}$$

Et pour les petites longueurs d'onde :

$$\gamma = \sqrt{\alpha(\tilde{\xi}_0) \frac{g}{L_0} + \frac{k^2 L_0^2}{4\tilde{\xi}_0^{2\nu+2}} k^2 v_a^2 - \frac{k L_0}{2\tilde{\xi}_0^{\nu+1}} k v_a}$$

avec :

$$\alpha(\tilde{\xi}_0) = \frac{\tilde{\xi}_0(1 - \tilde{\xi}_0)}{1 + (2\nu + 1)\Theta/\epsilon} \quad \Theta = \tilde{\xi}_0 \sqrt{(\nu + 1)\tilde{\xi}_0 - \nu(2\nu + 1)/(2\nu + 2)}$$

### 1.3.4-c) Raccord

Après l'étude des comportements asymptotiques du taux de croissance pour  $Fr \ll 1$ ,  $Fr \gg 1$ ,  $\epsilon \ll 1$  et  $\epsilon \gg 1$ , Betti et Goncharov ont établi une formule qui relie toutes ces limites dans l'expression suivante du taux de croissance de l'instabilité au front d'ablation :

$$\gamma^{\text{GB}} = \sqrt{\tilde{A}_T k g + \delta^2 k^4 L_0^2 v_a^2 + \left(\omega^2 - \frac{1}{\xi_l}\right) k^2 v_a^2 - \delta k^2 L_0 v_a - \tilde{\beta} k v_a} \quad (1.100)$$

avec

$$\tilde{A}_T = \frac{\xi_h - \xi_l}{\xi_h + \xi_l} \quad \xi_h = \left(1 + K_1 e^{-K_3/\epsilon}\right)^{-1} \quad \xi_l = \mu_0 \left(\frac{1}{\epsilon} + K_2\right)^{-\frac{1}{\nu}} \quad (1.101)$$

$$\tilde{\beta} = \omega \frac{1 + T_1 \epsilon}{1 + T_2 \epsilon} \quad T_1 = \frac{\beta_0 - \beta_1}{\beta_2 \beta_0} \quad T_2 = \frac{\beta_0 - \beta_1}{\beta_2 \beta_1} \quad (1.102)$$

$$\omega = \beta_0 \frac{1 + (1 + \tilde{A}_T)/\beta_0 \sinh(Fr)}{1 + \sinh(Fr)} \quad \beta_0 = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\nu+0,1/\nu^4}\right)}{\Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\nu+0,1/\nu^4}\right)} \quad (1.103)$$

$$\beta_1 = \frac{1}{\xi_0 \sqrt{5}} \quad \beta_2 = B + \frac{\beta_0^2 + \beta_1^2}{2\delta\beta_1} - \frac{1 + K_1 \nu}{2\delta\beta_1} \quad (1.104)$$

$$\delta = \frac{1}{2\Upsilon} \left[ K_1 A + \frac{1}{\nu K_2} + \sqrt{\left(K_1 A + \frac{1}{\nu K_2}\right)^2 - 4K_1 \beta_1 \Upsilon - \frac{1 + K_1 \nu}{\nu^2 K_2^2}} \right] \quad (1.105)$$

$$\Upsilon = \frac{25}{8} \frac{\xi_0^{2\nu+1}}{2\nu + 3} \quad K_2 = [(1 + K_1)\mu_0]^\nu \quad K_1 = \frac{1}{\xi_0} - 1 \quad (1.106)$$

$$K_3 = \frac{1 + K_1}{K_1} \left(2\delta\Upsilon - \frac{1}{\nu K_2}\right) \quad \mu_0 = \frac{(2/\nu)^{1/\nu}}{\Gamma(1 + 1/\nu)} + \frac{0,12}{\nu^2} \quad \xi_0 = \frac{2\nu + 2}{2\nu + 3} \quad (1.107)$$

Ces développements très lourds semblent s'imposer dans la littérature pour décrire l'évolution des perturbations. Une autre approche a néanmoins été développée en considérant l'analogie avec les fronts de flammes.

### 1.3.5 D'autres aspects de l'IRT ablative

Le rapprochement de l'IRT au front d'ablation avec l'instabilité de Landau-Darrieus par Laurent Masse a montré [48] que malgré l'expression  $-\beta k v_a$  du terme stabilisant dans la formulation du taux de croissance de l'instabilité, l'effet n'est pas purement hydrodynamique. L'instabilité serait sinon exacerbée comme dans le cas de l'instabilité de Landau-Darrieus.

La conductivité introduit une échelle caractéristique : la longueur de diffusion :  $d = \mathcal{D}/u = k_B \kappa / u \rho C_p$ , rapport entre le coefficient de diffusion  $\mathcal{D}$  et la vitesse caractéristique  $u$ , avec  $C_p$  la capacité thermique massique à pression constante (en  $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ). Si la conductivité thermique,  $\kappa$ , augmente fortement avec la température, on a un continuum d'échelles délimité par deux échelles diffusives extrêmes : celle définie à basses températures (ablation) :  $d_a = k_B \kappa / u \rho C_p|_a$  et celle définie à l'absorption à hautes températures, vers la densité critique :  $d_c = k_B \kappa / u \rho C_p|_c$ .

Sur  $d_c$  on passe de  $T_c$  à  $T_a$  ; c'est l'épaisseur caractéristique de conduction. La distance  $d_a$  caractérise l'ablation. Elle vaut <sup>2</sup>  $L_0$ , l'épaisseur caractéristique de la zone d'ablation sur laquelle on passe d'une pente forte en température à une pente nulle. En FCI,  $T_c \ll T_a$  donc  $d_a \ll d_c$ .

Sans apparaître explicitement, la relaxation par diffusion de la température est le mécanisme responsable de la stabilisation de l'IRT ablative aux faibles longueurs d'onde. Un amortissement en  $-\mathcal{D}k^2$  devrait alors apparaître, où le coefficient de diffusivité  $\mathcal{D}$  dépend de la conduction thermique. L'expression du taux d'amortissement de Takabe *et al.* se justifie par la valeur de la diffusivité où la longueur de diffusion égale la longueur d'onde :  $k\mathcal{D}/v_a \sim 1$ .

Aux longueurs d'ondes plus grandes et même de l'ordre de la largeur totale du front d'ablation, le modèle de Clavin-Garcia, qui ajoute les effets diffusifs et convectifs au modèle de Landau-Darrieus avec accélération, est valable et permet l'expression de la relation de dispersion :

$$\gamma \sim \sqrt{a(kv_a)^2 + kg - ak^3 v_a^2 d_c \frac{2\nu + 1}{\nu(\nu + 1)}}$$

où  $a = \rho_a / \rho_c$  et où, de la même manière que dans le modèle de Goncharov-Betti,  $\nu$  est lié à la conductivité thermique :  $\kappa = \kappa_c \left(\frac{T}{T_c}\right)^\nu$ .

Mais pour des longueurs d'onde plus faibles, typiquement comprises entre  $d_a$  et  $d_c$ , ou des accélérations importantes, le modèle ne reproduit plus correctement la réalité. En couplant un modèle simple thermodiffusif ne prenant en compte que les effets de la diffusion thermique, et un modèle hydrodynamique, Masse obtient une relation de dispersion pour les petites longueurs d'onde. Son modèle met en jeu des profils de densité et de conductivité discontinus en  $z_\star$  mais constants de part et d'autre de cette discontinuité :  $\rho_a$  et  $\kappa_a$  à gauche de la discontinuité (en amont de l'ablation) et  $\rho_\star$  et  $\kappa_c$  à droite (en aval) avec une valeur de température  $T = T_\star$  à la discontinuité. Lorsque le coefficient  $\nu$  de conductivité thermique est grand, les profils de densité sont très raides et quasi discontinus, justifiant les hypothèses de départ. Le fait d'utiliser dans le modèle une conductivité discontinue n'est pas gênant non plus puisqu'il montre que dans ces domaines de longueur d'onde, les lois de relaxations par des mécanismes diffusifs obtenues par des profils discontinus de  $\kappa$  sont identiques à celles avec une conductivité continument variable.

La résolution des perturbations de cet écoulement est possible à l'aide des conditions aux limites sur la zone d'absorption : continuité de la température, du flux thermique, des composantes des vitesses et de la pression ; sur la discontinuité de conductivité : définition de l'isotherme  $T = T_\star$ , continuité du flux thermique et relations de saut ; et loin en amont de l'ablation. Il montre alors que la perturbation de vitesse évolue suivant :

$$\delta u_a - \tilde{\gamma} \tilde{a}_\star = k \tilde{a}_\star$$

---

2. on retrouve ici la définition (1.54) de  $L_0$  car  $\frac{\gamma_s - 1}{\gamma_s} \frac{1}{r} = \frac{1}{C_p}$ .



ainsi, au lieu du terme stabilisant en  $-\mathcal{L}k^2\tilde{a}(t)$  pour les grandes longueurs d'onde, on a le terme stabilisant  $k\tilde{a}\star$ . Avec des relations de saut au niveau de la discontinuité qui traduisent la conservation de la quantité de mouvement et de la masse, il trouve une relation sur le taux de croissance qui, pour un profil de densité très raide,  $a_\rho \gg 1$ , donne :

$$\gamma = \sqrt{-a_\rho(kv_a)^2 + kg}$$

et en supposant, comme dans le modèle thermodiffusif que  $a_\rho = \bar{T}\star = \left(\frac{\nu}{\tilde{k}}\right)^{1/\nu}$ , il écrit finalement :

$$\tilde{\gamma} = -2\tilde{k} + \sqrt{-\tilde{k}^2 \left(\frac{\nu}{\tilde{k}}\right)^{\frac{1}{\nu}} + G_a\tilde{k}} \quad (1.108)$$

avec  $\tilde{\gamma} = \gamma d_a/v_a$  et  $\tilde{k} = kd_a$ . La comparaison du nombre d'onde de coupure en fonction de  $G_a = gL_0/v_a^2$  pour les différents modèles avec la résolution numérique du problème donne un bon accord pour les grandes valeurs de  $G_a$  qui implique  $a_\rho \gg 1$ , mais une forte déviation pour les faibles accélérations. Pour ces faibles  $G_a$ , le modèle de Clavin-Garcia colle très bien. Enfin, la relation de dispersion (1.108) s'ajuste d'autant mieux sur les résultats numériques que l'accélération est élevée.

D'autre part, Masse a montré [49] l'effet stabilisant sur l'IRT ablative de la conduction anisotrope. La diffusion transverse est en compétition avec le terme déstabilisant de Darrieus-Landau dans un *sharp boundary model* :

$$\left(\gamma^M\right)^2 + 2(\sqrt{D} + 1)kv_a\gamma^M + a(2\sqrt{D} - 1)k^2v_a^2 - kg = 0 \quad (1.109)$$

dans la limite d'un grand rapport de densité  $a$ , avec  $D = \kappa_y/\kappa_x$  le rapport entre coefficients de diffusion thermique transverse et longitudinal. La validité de cette relation de dispersion a été confirmée en comparant aux résultats numériques en approximation quasi-isobare. Ainsi, en augmentant la diffusion thermique dans la direction transverse, on peut appuyer la stabilisation de l'IRT, ce qui est proposé par Masse avec un ablateur constitué d'une succession de couches parallèles de conductivités différentes.

Nous venons d'exposer les principes des modèles les plus répandus dans l'étude des instabilités de Richtmyer-Meshkov et de Rayleigh-Taylor en régime linéaire qui sont fondés sur la linéarisation d'un écoulement construit sur certaines hypothèses. Nous proposons dans la section suivante de linéariser les équations de la section 1.1.2 de la MHD résistive sous la forme la plus complète.

## 1.4 Linéarisation des équations de la MHD

Nous allons perturber à l'ordre un le système MHD constitué par les équations (1.39) à (1.43) que nous avons développé précédemment. Chaque quantité  $\phi$  susceptible d'être perturbée est remplacée par  $\phi + \delta\phi$  avec  $\delta\phi \ll \phi$ . Nous ne gardons que les termes d'ordre 1 et nous considérons que le champ magnétique n'existe pas à l'ordre 0, qu'il est uniquement

une conséquence des perturbations introduites. Compte tenu de l'équation de Maxwell-Ampère, la densité de courant  $\mathbf{J}$  est également une quantité perturbative. Ainsi :

$$\begin{aligned}\mathbf{B} &\rightarrow \delta\mathbf{B} \\ \mathbf{J} &\rightarrow \delta\mathbf{J} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \delta\mathbf{B}\end{aligned}$$

L'équation de conservation de la masse linéarisée devient :

$$\partial_t \delta\rho + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \delta\rho + \delta\rho (\nabla \cdot \mathbf{u}) + (\delta\mathbf{u} \cdot \nabla) \rho + \rho (\nabla \cdot \delta\mathbf{u}) = 0 \quad (1.110)$$

La linéarisation de la conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\delta\rho (\partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \rho (\partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla) \delta\mathbf{u} + \rho (\delta\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla \delta p = 0 \quad (1.111)$$

Il faudra y rajouter un terme en  $\delta\rho\mathbf{g}$  si l'on prend en compte une accélération. Pour la conservation de l'énergie interne, on considère la relation

$$\epsilon_\alpha = \frac{3p_\alpha}{2\rho_\alpha} = \frac{3k_B T_\alpha}{m_\alpha}$$

On a alors pour les électrons

$$\begin{aligned}& \frac{3}{2m_e} \delta\rho (\partial_t k_B T_e + (\mathbf{u} \cdot \nabla) k_B T_e) + \frac{1}{\mu_e} \delta\rho k_B T_e \nabla \cdot \mathbf{u} - \mathcal{E} \frac{2\rho\delta\rho}{\mu_e^2 T_e^{3/2}} (T_i - T_e) + \frac{\rho}{\mu_e} k_B T_e \nabla \cdot \delta\mathbf{u} \\ & + \frac{3\rho}{2m_e} (\delta\mathbf{u} \cdot \nabla) k_B T_e + \frac{3\rho}{2m_e} (\partial_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)) k_B \delta T_e + \frac{\rho}{\mu_e} (\nabla \cdot \mathbf{u}) k_B \delta T_e \\ & - \mathcal{E} \left( \frac{\rho^2}{\mu_e^2 T_e^{3/2}} (\delta T_i - \delta T_e) - \frac{3}{2\mu_e^2} \frac{\rho^2 \delta T_e}{T_e^{5/2}} (T_i - T_e) \right) - \nabla \cdot \left( \bar{\kappa}_e \cdot \nabla k_B \delta T_e + \delta \bar{\kappa}_e \cdot \nabla k_B T_e \right) \\ & - \nabla \cdot \left( \frac{k_B T_e}{e} \bar{\beta} \cdot \delta\mathbf{J} \right) + \frac{k_B T_e}{e\rho} (\delta\mathbf{J} \cdot \nabla) \rho + \left( \frac{\bar{\beta}}{e} \cdot \nabla k_B T_e \right) \cdot \delta\mathbf{J} = 0 \quad (1.112)\end{aligned}$$

avec

$$3 \frac{m_e}{m_i} n_e \nu_{ei} k_B = \mathcal{E} \frac{n_e^2}{T_e^{3/2}} \quad \text{soit} \quad \mathcal{E} = \frac{m_e^{1/2} Z_i e^4 \ln \Lambda k_B}{\epsilon_0^2 m_i (2\pi k_B)^{3/2}}$$

et

$$n_e = \frac{\rho}{\mu_e} \quad \text{où} \quad \mu_e = \frac{Z_i m_e + m_i}{Z_i} = \frac{\mu_i}{Z_i}$$

De même, on a pour les ions :

$$\begin{aligned}& \frac{3}{2m_i} \delta\rho (\partial_t k_B T_i + (\mathbf{u} \cdot \nabla) k_B T_i) + \frac{1}{\mu_i} \delta\rho k_B T_i \nabla \cdot \mathbf{u} + \mathcal{E} \frac{2\rho\delta\rho}{\mu_i^2 T_i^{3/2}} (T_i - T_e) + \frac{\rho}{\mu_i} k_B T_i \nabla \cdot \delta\mathbf{u} \\ & + \frac{3\rho}{2m_i} (\delta\mathbf{u} \cdot \nabla) k_B T_i + \frac{3\rho}{2m_i} (\partial_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)) k_B \delta T_i + \frac{\rho}{\mu_i} (\nabla \cdot \mathbf{u}) k_B \delta T_i \\ & + \mathcal{E} \left( \frac{\rho^2}{\mu_i^2 T_i^{3/2}} (\delta T_i - \delta T_e) - \frac{3}{2\mu_i^2} \frac{\rho^2 \delta T_i}{T_e^{5/2}} (T_i - T_e) \right) - \nabla \cdot \left( \bar{\kappa}_i \cdot \nabla k_B \delta T_i + \delta \bar{\kappa}_i \cdot \nabla k_B T_i \right) \\ & \quad (1.113)\end{aligned}$$

Concernant la linéarisation de l'équation d'évolution du champ magnétique, il vient :

$$\begin{aligned} \partial_t \delta \mathbf{B} = & \nabla \times (\mathbf{u} \times \delta \mathbf{B}) - \nabla \times (\bar{\rho} \cdot \delta \mathbf{J}) + \nabla \times \left( \frac{\delta \bar{\beta}}{e} \cdot \nabla k_B T_e \right) + \nabla \times \left( \frac{\bar{\beta}}{e} \cdot \nabla k_B \delta T_e \right) \\ & + \frac{1}{e\rho} \nabla k_B \delta T_e \times \nabla \rho + \frac{1}{\rho} \nabla k_B T_e \times \nabla \delta \rho - \frac{\delta \rho}{e\rho^2} \nabla k_B T_e \times \rho \quad (1.114) \end{aligned}$$

Pour finir, exprimons les quantités  $\bar{\kappa}$ ,  $\bar{\beta}$  et  $\bar{\rho}$ . En considérant le champ uniquement à l'ordre un, les paramètres de Hall électronique,  $\chi_e$  et ionique,  $\chi_i$ , sont des paramètres d'ordre un. Le tenseur de résistivité s'exprime alors de la manière suivante<sup>3</sup> :

$$\bar{\rho} \rightarrow \bar{\rho} + \delta \bar{\rho} = \begin{vmatrix} \frac{m_e \nu_{ei}}{e^2 n_e} \alpha_0 & -\frac{3}{2} \frac{\delta T_e}{T_e} \\ \frac{m_e \nu_{ei}}{e^2 n_e} (1 - \alpha_0) & 0 \\ 0 & \frac{m_e \nu_{ei}}{e^2 n_e} \alpha_0'' \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{m_e \nu_{ei}}{n_e e^2} \frac{\alpha_0''}{\delta_0} \chi_e \end{vmatrix}$$

Le tenseur thermoélectrique s'écrit à l'ordre un :

$$\bar{\beta} \rightarrow \bar{\beta} + \delta \bar{\beta} = \begin{vmatrix} \beta_0 \\ \beta_0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\beta_0''}{\delta_0} \chi_e \end{vmatrix}$$

Enfin les tenseurs de conductivité thermique électronique et ionique se linéarisent de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \bar{\kappa}_e \rightarrow \bar{\kappa}_e + \delta \bar{\kappa}_e &= \begin{vmatrix} \frac{n_e k_B T_e}{m_e \nu_{ei}} \gamma_0 & \frac{5}{2} \frac{\delta T_e}{T_e} \\ \frac{n_e k_B T_e}{m_e \nu_{ei}} \gamma_0 & 0 \\ 0 & \frac{n_e k_B T_e}{m_e \nu_{ei}} \gamma_0'' \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{n_e k_B T_e}{m_e \nu_{ei}} \frac{\gamma_0''}{\delta_0} \chi_e \end{vmatrix} \\ \bar{\kappa}_i \rightarrow \bar{\kappa}_i + \delta \bar{\kappa}_i &= \begin{vmatrix} 3,906 \frac{n_i k_B T_i}{m_i \nu_{ii}} & \frac{5}{2} \frac{\delta T_i}{T_i} \\ 3,906 \frac{n_i k_B T_i}{m_i \nu_{ii}} & 0 \\ 0 & 6,87 \frac{n_i k_B T_i}{m_i \nu_{ii}} \chi_i \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 6,87 \frac{n_i k_B T_i}{m_i \nu_{ii}} \chi_i \end{vmatrix} \end{aligned}$$

On notera que la décomposition écrite ici représente les composantes parallèle, perpendiculaire et croisée, dont les directions dépendent du vecteur sur lequel s'applique le tenseur (voir la figure 1.1).

La difficulté du problème de l'IRM réside dans l'obtention de conditions aux limites linéarisées. Concernant l'IRT, on voit que les échelles caractéristiques résultant de la conduction thermique sont importantes. Le profil de densité semble pouvoir en revanche être approximatif. L'influence de champs magnétiques sur ces considérations peut-être importante par le changement des relations de saut, des vitesses de propagation des ondes de choc, thermique...

3. On a considéré que le logarithme coulombien intervenant dans la fréquence de collision ne variait pas à l'ordre un. Le rapport  $\frac{m_e \nu_{ei}}{n_e e^2}$  peut dans ce cas être considéré comme  $\mathbb{C} T_e^{-3/2}$ , où  $\mathbb{C}$  est une constante.

*Les instabilités hydrodynamiques de Richtmyer-Meshkov et Rayleigh-Taylor qui se développent dans les processus de fusion par confinement inertiel font l'objet de recherches actives. Il faut prévoir leur comportement pour tenter d'agir en conséquence de façon à limiter les risques de percer la coquille ou de perdre trop d'énergie par un mauvais confinement et l'accroissement de la surface avec les amplitudes.*

*En prenant en compte d'éventuels champs magnétiques imposés, on modifie l'écoulement et on peut se demander dans quelle mesure cela influence les instabilités. Les équations magnétohydrodynamiques que nous avons introduites ici montrent d'autre part que des champs magnétiques peuvent être auto-générés par les termes croisés de gradient de température et de densité électronique. Leur prise en compte dans la linéarisation des équations change l'allure du problème et le comportement des instabilités peut être modifié.*

*Nous présentons au chapitre suivant l'impact d'un champ imposé sur l'évolution de l'instabilité de Richtmyer-Meshkov.*

## CHAPITRE

### 2

# L'INSTABILITÉ DE RICHTMYER-MESHKOV AVEC CHAMP MAGNÉTIQUE

*Nous présentons dans ce chapitre une étude linéaire de l'instabilité de Richtmyer-Meshkov en milieux magnétisés, dans le cadre de la magnétohydrodynamique (MHD) idéale compressible et en géométrie plane. Nous linéarisons le système d'équations et obtenons les équations d'évolution des perturbations de vitesse dans différentes configurations. Elles mettent en évidence l'absence d'effets du champ lorsqu'il est perpendiculaire au vecteur d'onde des perturbations et à la direction de propagation de l'onde de choc. Le code linéaire de perturbation *LPC-MHD* nous permet d'étudier l'évolution de l'amplitude des perturbations. Le champ inhibe la croissance de l'amplitude des perturbations et la fait osciller. La dépendance de l'amplitude et de la fréquence de ces oscillations avec le nombre d'onde des perturbations et avec l'intensité de champ donne des résultats similaires au modèle impulsif magnétisé et incompressible de Qiu et al.. On montre ainsi l'effet négligeable de la compressibilité sur le développement linéaire des perturbations dans le cadre de la MHD idéale.*

Notre premier sujet d'étude concerne l'instabilité de Richtmyer-Meshkov. La prise en compte de champs magnétiques imposés a été étudiée dans le cas de fluides incompressibles par Qiu *et al.* ([62]) via un modèle impulsional. Nous tentons ici de modéliser le problème en fluides compressibles avant de présenter l'analyse du comportement de l'interface entre deux fluides effectuée à l'aide du code numérique LPC-MHD et de comparer les résultats aux prédictions du modèle impulsional idéalement magnétisé de Qiu.

## 2.1 L'IRM avec un champ magnétique parallèle au vecteur d'onde des perturbations : Modèle de Qiu *et al.* et position du problème

Dans la référence [62], Qiu *et al.* étudient les effets d'un champ  $\mathbf{B} \parallel \mathbf{k}$  pour des fluides visqueux *incompressibles* en linéarisant le système d'équations de la MHD idéale associé. Du fait de la viscosité cinématique  $\nu$  non nulle, la divergence du tenseur des contraintes contient en plus du gradient de pression, le terme  $\nabla \cdot \Pi$ , où  $\Pi_{ij} = \nu (\partial_{x_i} u_j + \partial_{x_j} u_i)$ . Ils ont ainsi construit un modèle impulsional ( $g(t) = \Delta u \delta(t)$ ) magnétique visqueux incompressible de type *sharp boundary model*, c'est à dire avec deux milieux semi-infinis séparés par une interface perturbée en  $z = 0$ .

Les variables de l'écoulement à deux dimensions sont toujours perturbées de la même manière :  $\phi \rightarrow \phi + \delta\phi$ , avec une dépendance sinusoïdale des perturbations suivant la composante transverse :  $\delta\phi(x, z, t) = \delta\tilde{\phi}(z, t)e^{ikx}$ . La linéarisation des équations de la conservation de la masse, de conservation de la quantité de mouvement et de l'évolution du champ magnétique donne sous la condition  $\mathbf{B} \parallel \mathbf{k}$  :

$$\partial_t \delta\rho + \delta u_z \frac{d\rho}{dz} = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho \partial_t \delta u_x = -ik \left( \delta p + \frac{\mathbf{B} \cdot \delta \mathbf{B}}{\mu_0} \right) + \frac{1}{\mu_0} \left( ikB \delta B_x + \delta B_z \frac{dB}{dz} \right) + \nu \left( \partial_z^2 - k^2 \right) \delta u_x + (\partial_z \delta u_x + ik \delta u_z) \frac{d\nu}{dz} \quad (2.2)$$

$$\rho \partial_t \delta u_z = -\partial_z \left( \delta p + \frac{\mathbf{B} \cdot \delta \mathbf{B}}{\mu_0} \right) + \frac{1}{\mu_0} (ikB \delta B_z) + \nu \left( \partial_z^2 - k^2 \right) \delta u_z + 2\partial_z \delta u_z \frac{d\nu}{dz} - \delta\rho \Delta u \delta(t) \quad (2.3)$$

$$\partial_t \delta B = ikB \delta u - \delta u_z \frac{dB}{dz} \quad (2.4)$$

où l'on a utilisé la relation linéarisée de l'incompressibilité :  $ik\delta u_x + \partial_z \delta u_z = 0$ . En introduisant  $\xi(x, y, t) = \tilde{a}(t)e^{ikx}$  la perturbation de l'interface, on peut relier les perturbations des variables fluides à  $\xi(x, y, t)$  puisque, en omettant les « $\sim$ » par la suite,  $\delta u_z = \partial_t \xi(z, t)$  :

$$\delta\rho = -\xi(z, t) \frac{d\rho}{dz} \quad (2.5)$$

$$\delta B_x = -\partial_z (\xi(z, t) B) \quad (2.6)$$

$$\delta B_z = ikB \xi(z, t) \quad (2.7)$$

$$\delta u_x = \frac{i}{k} \partial_t \partial_z \xi(z, t) \quad (2.8)$$

En combinant les équations (2.2) et (2.3) on obtient alors l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
 k^2 \rho \partial_t^2 \xi(z, t) = & \partial_z \left[ \rho \partial_t^2 \partial_z \xi(z, t) + \frac{k^2 B^2}{\mu_0} \partial_z \xi(z, t) - \nu \partial_t \left( \partial_z^2 - k^2 \right) \partial_z \xi(z, t) \right. \\
 & \left. - \partial_t \left( \partial_z^2 + k^2 \right) \xi(z, t) \frac{d\nu}{dz} \right] - \frac{k^4 B^2}{\mu_0} \xi(z, t) + k^2 \mu \partial_t \left( \partial_z^2 - k^2 \right) \xi(z, t) + 2k^2 \partial_t \partial_z \xi(z, t) \frac{d\nu}{dz} \\
 & + k^2 \Delta u \frac{d\rho}{dz} \xi(z, t) \delta(t) \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

qui, en considérant les variables de base homogènes dans chacun des milieux semi-infinis, se réduit à :

$$\left[ \rho \partial_t^2 + \frac{k^2 B^2}{\mu_0} - \nu \left( \partial_z^2 - k^2 \right) \partial_t \right] \left( \partial_z^2 - k^2 \right) \xi(z, t) = 0 \quad (2.10)$$

En suivant la démarche de Mikaelian [53], et en considérant les conditions aux limites physiques (annulation des perturbations à l'infini, continuité des deux côtés de l'interface), Qiu *et al.* obtiennent à partir du deuxième facteur de l'équation précédente :

$$\xi = \begin{cases} a(t) e^{-kz} e^{ikx} & z > 0 \\ a(t) e^{+kz} e^{ikx} & z < 0 \end{cases}$$

Avec ces expressions et en intégrant l'équation (2.9) de part et d'autre de l'interface, ils obtiennent l'expression suivante de l'évolution temporelle de l'amplitude des perturbations :

$$\frac{a(t)}{a_0} = \left( \cosh(\omega_\star t) + \frac{k^2 \nu_\star + k A_T^\star \Delta u}{\omega_\star} \sinh(\omega_\star t) \right) e^{-k^2 \nu_\star t} \quad (2.11)$$

où l'on a renommé ici  $v_A^\star = \sqrt{(B_2^2 + B_1^2)/(\mu_0(\rho_2 + \rho_1))}$ , la vitesse d'Alfvén moyennée entre les milieux post-choc 1 et 2,  $\omega_\star = k \sqrt{k^2 \nu_\star^2 - v_A^{\star 2}}$  et la viscosité cinématique moyenne  $\nu_\star = (\nu_2 + \nu_1)/(\rho_2 + \rho_1)$ . En fixant  $\nu_1 = \nu_2 = \nu_\star = 0$ , les cosinus et sinus hyperboliques deviennent harmoniques, de fréquence

$$\tilde{\omega} = k v_A \quad (2.12)$$

et on obtient :

$$\frac{a_{\max}}{a_0} = \sqrt{1 + \frac{A_T^{\star 2} \Delta u^2}{v_A^{\star 2}}} \quad (2.13)$$

Dans le cas où  $\mathbf{B}$  est parallèle au vecteur d'onde des perturbations, le modèle prévoit donc des oscillations de l'interface avec une amplitude constante (2.13) lorsque la viscosité est nulle.

Les résultats issus de ce modèle impulsif incompressible montrent un comportement intéressant de l'amplitude des perturbations. Toutefois, il peut paraître a priori grossier de négliger la compressibilité dans ce problème. Par ailleurs, nous exprimons une certaine retenue vis-à-vis de l'accélération impulsif censée représenter l'action du choc. La physique peut-elle être convenablement représentée dans l'accélération impulsif? Nous avons alors voulu déterminer les solutions analytiques de ce problème sans compromettre la compressibilité et en évitant l'utilisation de ce modèle impulsif. C'est cette autre approche que nous exposons à présent.

## 2.2 Description analytique en fluides compressibles

Pour éviter une complication des calculs, et de manière cohérente avec les hypothèses du code numérique que nous allons utiliser, nous considérons les deux milieux séparés par une interface perturbée comme des plasmas quasi-neutres décrits par les équations de la MHD idéale compressible avec une équation d'état de type gaz parfait. Ces équations sont celles du système (1.1.2-d), où la loi d'Ohm généralisée se résume à la relation

$$\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} = \mathbf{0}$$

et que nous réécrivons ainsi :

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (2.14a)$$

$$\rho (\partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla \left( p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) - \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} = \mathbf{0} \quad (2.14b)$$

$$\partial_t \left( \frac{1}{2} \rho u^2 + \rho \epsilon + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) + \nabla \cdot \left( \left( \frac{1}{2} \rho u^2 + \rho \epsilon + p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) \mathbf{u} - \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{u}}{\mu_0} \mathbf{B} \right) = 0 \quad (2.14c)$$

$$\partial_t \mathbf{B} - \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) = \mathbf{0} \quad (2.14d)$$

avec

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

et

$$\epsilon = \frac{p}{(\gamma_s - 1) \rho}$$

pour l'équation d'état des gaz parfaits.

### 2.2.1 linéarisation des équations

#### 2.2.1-a) Équation vectorielle

Supposons le système exposé au champ magnétique  $\mathbf{B} = B\mathbf{b}$  imposé dans la direction du vecteur unitaire  $\mathbf{b}$ . Après perturbation et linéarisation, en se plaçant dans le référentiel de l'interface,  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ , le système se simplifie en :

$$\nabla \cdot \delta \mathbf{B} = 0 \quad (2.15a)$$

$$\partial_t \delta \mathbf{B} + (\nabla \cdot \delta \mathbf{u}) \mathbf{B} - (\mathbf{B} \cdot \nabla) \delta \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (2.15b)$$

$$\partial_t \delta \rho + \rho \nabla \cdot \delta \mathbf{u} = 0 \quad (2.15c)$$

$$\rho \partial_t \delta \mathbf{u} + \nabla \delta p + \frac{1}{\mu_0} [\nabla (\delta \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}) - (\mathbf{B} \cdot \nabla) \delta \mathbf{B}] = \mathbf{0} \quad (2.15d)$$

$$\partial_t \delta p + \gamma_s p (\nabla \cdot \delta \mathbf{u}) = 0 \quad (2.15e)$$

Ces équations s'obtiennent également à partir des expressions (1.110)-(1.114) adaptées au cas de la MHD idéale.

On peut ensuite se ramener à une équation en  $\delta \mathbf{u}$  en dérivant (2.15d) par rapport au temps puis en utilisant (2.15b) et (2.15e) :

$$\partial_t^2 \delta \mathbf{u} - c_s^2 \nabla (\nabla \cdot \delta \mathbf{u}) - v_A^2 \mathbf{b} \times [\nabla \times (\nabla \times (\mathbf{b} \times \delta \mathbf{u}))] = \mathbf{0} \quad (2.16)$$



où l'on a utilisé deux fois l'égalité d'analyse vectorielle

$$\nabla \times (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{A} \nabla \cdot \mathbf{B} - (\mathbf{A} \cdot \nabla) \mathbf{B} - \mathbf{B} \nabla \cdot \mathbf{A} + (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{A}$$

pour coupler le développement de  $\mathbf{b} \times (\nabla \times \mathbf{X})$  à celui de  $\mathbf{X} = \nabla \times (\delta \mathbf{u} \times \mathbf{b})$ . On a posé  $c_s = \sqrt{\gamma_s p / \rho}$ , la vitesse du son et on retrouve la vitesse d'Alfvén  $v_A$ . On obtient ainsi une équation aux dérivées partielles d'ordre 2 en temps et en espace qui porte sur l'inconnue vectorielle  $\delta \mathbf{u}$  équivalente à un système sur chacune des composantes :  $\delta u_x$ ,  $\delta u_y$  et  $\delta u_z$ . Le double produit vectoriel du troisième terme couple a priori ces trois inconnues dans les trois équations. On peut aussi l'écrire sans factoriser les produits vectoriels :

$$\begin{aligned} \partial_t^2 \delta \mathbf{u} - c_s^2 \nabla (\nabla \cdot \delta \mathbf{u}) - v_A^2 \left[ \nabla (\nabla \cdot \delta \mathbf{u}) - \nabla (\mathbf{b} \cdot (\mathbf{b} \cdot \nabla) \delta \mathbf{u}) - (\mathbf{b} \cdot \nabla) (\nabla \cdot \delta \mathbf{u}) \mathbf{b} \right. \\ \left. + (\mathbf{b} \cdot \nabla) (\mathbf{b} \cdot \nabla) \delta \mathbf{u} \right] = 0 \quad (2.17) \end{aligned}$$

Supposons que la perturbation de vitesse s'écrive :  $\delta \mathbf{u}(x, y, z, t) = \delta \tilde{\mathbf{u}}(z, t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$ , où  $\mathbf{k}$  est le vecteur d'onde du mode propre de la perturbation de l'interface, et  $\mathbf{r}$  un vecteur dans le plan de l'interface, perpendiculaire à la direction  $z$  de propagation de l'onde de choc. On peut réécrire les quatre derniers termes de (2.17) :

$$\begin{aligned} \nabla (\nabla \cdot \delta \mathbf{u}) &= e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \left[ (i\mathbf{k} + \mathbf{e}_z \partial_z) (i\mathbf{k} + \mathbf{e}_z \partial_z) \cdot \delta \tilde{\mathbf{u}} \right] \\ \nabla (\mathbf{b} \cdot (\mathbf{b} \cdot \nabla) \delta \mathbf{u}) &= e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \left[ (\mathbf{b} \cdot i\mathbf{k} + b_z \partial_z) (\mathbf{b} \cdot \delta \tilde{\mathbf{u}}) i\mathbf{k} + (\mathbf{b} \cdot i\mathbf{k} + b_z \partial_z) (\mathbf{b} \cdot \partial_z \delta \tilde{\mathbf{u}}) \mathbf{e}_z \right] \\ (\mathbf{b} \cdot \nabla) (\nabla \cdot \delta \mathbf{u}) \mathbf{b} &= e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \left[ (\mathbf{b} \cdot i\mathbf{k}) (i\mathbf{k} + \mathbf{e}_z \partial_z) \cdot \delta \tilde{\mathbf{u}} + (i\mathbf{k} + \mathbf{e}_z \partial_z) \cdot b_z \partial_z \delta \tilde{\mathbf{u}} \right] \\ (\mathbf{b} \cdot \nabla) (\mathbf{b} \cdot \nabla) \delta \mathbf{u} &= e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \left[ (\mathbf{b} \cdot i\mathbf{k}) (\mathbf{b} \cdot i\mathbf{k}) \delta \tilde{\mathbf{u}} \right] \end{aligned}$$

et l'équation (2.17) devient :

$$\begin{aligned} \partial_t^2 \delta \tilde{\mathbf{u}} - \left( c_s^2 + v_A^2 \right) \left[ (i\mathbf{k} + \mathbf{e}_z \partial_z) (i\mathbf{k} + \mathbf{e}_z \partial_z) \cdot \delta \tilde{\mathbf{u}} \right] \\ + v_A^2 \left[ (\mathbf{b} \cdot i\mathbf{k} + b_z \partial_z) (\mathbf{b} \cdot \delta \tilde{\mathbf{u}}) i\mathbf{k} + (\mathbf{b} \cdot i\mathbf{k} + b_z \partial_z) (\mathbf{b} \cdot \partial_z \delta \tilde{\mathbf{u}}) \mathbf{e}_z \right] \\ + v_A^2 \left[ (\mathbf{b} \cdot i\mathbf{k}) (i\mathbf{k} + \mathbf{e}_z \partial_z) \cdot \delta \tilde{\mathbf{u}} + (i\mathbf{k} + \mathbf{e}_z \partial_z) \cdot b_z \partial_z \delta \tilde{\mathbf{u}} \right] \\ - v_A^2 \left[ (\mathbf{b} \cdot i\mathbf{k} + b_z \partial_z) (\mathbf{b} \cdot i\mathbf{k} + b_z \partial_z) \right] \delta \tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (2.18) \end{aligned}$$

### 2.2.1-b) Projection

On peut choisir le vecteur  $\mathbf{k}$  suivant la direction  $x$ . On simplifie ainsi les équations et les projections de (2.18) s'écrivent :

suivant  $\mathbf{e}_x$

$$\begin{aligned} \partial_t^2 \delta \tilde{u}_x - c_s^2 \left[ ik \partial_z \delta \tilde{u}_z - k^2 \delta \tilde{u}_x \right] - v_A^2 \left[ b_z^2 \partial_z^2 \delta \tilde{u}_x + k^2 b_x (b_y \delta \tilde{u}_y + b_z \delta \tilde{u}_z) + k^2 \delta \tilde{u}_x (b_x^2 - 1) \right. \\ \left. + ik \partial_z \delta \tilde{u}_z (1 - b_z^2) - ik b_z b_y \partial_z \delta \tilde{u}_y - ik b_x^2 \partial_z \delta \tilde{u}_x - b_x b_z \partial_z^2 \delta \tilde{u}_z \right] = 0 \quad (2.19) \end{aligned}$$

suivant  $\mathbf{e}_y$

$$\partial_t^2 \delta \tilde{u}_y - v_A^2 \left[ k^2 b_x b_y \delta \tilde{u}_x - i k b_x b_y \partial_z \delta \tilde{u}_z - i k b_y b_z \partial_z \delta \tilde{u}_x - b_y b_z \partial_z^2 \delta \tilde{u}_z + 2 i k b_x b_z \partial_z \delta \tilde{u}_y - k^2 b_x^2 \delta \tilde{u}_y + b_z^2 \partial_z^2 \delta \tilde{u}_y \right] = 0 \quad (2.20)$$

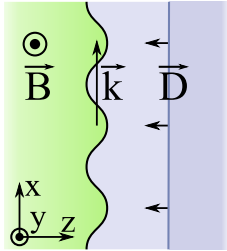
suivant  $\mathbf{e}_z$

$$\partial_t^2 \delta \tilde{u}_z - c_s^2 \left[ \partial_z^2 \delta \tilde{u}_z + i k \partial_z \delta \tilde{u}_x \right] - v_A^2 \left[ b_x b_z \left( k^2 \delta \tilde{u}_x - \partial_z^2 \delta \tilde{u}_x \right) - b_y \left( b_z \partial_z^2 \delta \tilde{u}_y + i k b_x \partial_z \delta \tilde{u}_y \right) - b_x^2 \left( i k \partial_z \delta \tilde{u}_x + k^2 \delta \tilde{u}_z \right) + \left( 1 - b_z^2 \right) \left( i k \partial_z \delta \tilde{u}_x + \partial_z^2 \delta \tilde{u}_x \right) \right] = 0 \quad (2.21)$$

### 2.2.2 Quelques géométries particulières

On peut à présent considérer des orientations bien définies, selon  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$  ou  $\mathbf{e}_z$ , du champ magnétique par rapport au vecteur d'onde  $\mathbf{k} = k \mathbf{e}_x$ .

#### 2.2.2-a) Cas où $\mathbf{B}$ est perpendiculaire à $\mathbf{k}$ et à la direction de propagation



Dans cette configuration, le champ magnétique présent dans le milieu est suivant  $\mathbf{e}_y$  et les projections de l'équation (2.18) se réduisent au système suivant :

$$\begin{cases} \partial_t^2 \delta \tilde{u}_x - k(c_s^2 + v_A^2)(i \partial_z \delta \tilde{u}_z - k \delta \tilde{u}_x) = 0 \\ \partial_t^2 \delta \tilde{u}_y = 0 \\ \partial_t^2 \delta \tilde{u}_z - (c_s^2 + v_A^2)(\partial_z^2 \delta \tilde{u}_z + i k \partial_z \delta \tilde{u}_x) = 0 \end{cases}$$

La variable  $\delta \tilde{u}_y$  est clairement découplée des deux autres. En combinant la dérivation par rapport à  $z$  de la dernière équation avec la première et inversement, on peut découpler les deux autres perturbations  $\delta \tilde{u}_x$  et  $\delta \tilde{u}_z$  qui vérifient alors la même équation :

$$\partial_t^4 \delta \tilde{u} + V^2 k^2 \partial_t^2 \delta \tilde{u} - V^2 \partial_t^2 \partial_z^2 \delta \tilde{u} = 0 \quad (2.22)$$

Les conditions aux limites et initiales introduiront les différences dans l'évolution de  $\delta \tilde{u}_x$  et  $\delta \tilde{u}_z$ . On peut adimensionner cette équation en posant le changement de variables suivant :

$$\begin{aligned} \tau &= k v_A t \\ \text{et } \zeta &= k z \end{aligned} \quad (2.23)$$

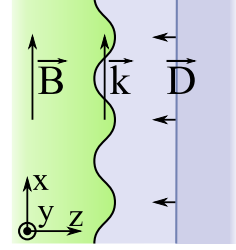
On a alors  $\partial_t = k v_A \partial_\tau$  et  $\partial_z = \partial_\zeta$ . L'équation (2.25) devient :

$$\partial_\tau^4 \delta u + \partial_\tau^2 \delta u - \partial_\tau^2 \partial_\zeta^2 \delta u = 0 \quad (2.24)$$

#### 2.2.2-b) Cas où $\mathbf{B}$ est parallèle à $\mathbf{k}$

Dans ce cas, on a  $\mathbf{b} = \mathbf{e}_x$  et les équations (2.19)-(2.21) vérifient :

$$\begin{cases} \partial_t^2 \delta \tilde{u}_x - k c_s^2 (i \partial_z \delta \tilde{u}_z - k \delta \tilde{u}_x) = 0 \\ \partial_t^2 \delta \tilde{u}_y + k^2 v_A^2 \delta \tilde{u}_y = 0 \\ \partial_t^2 \delta \tilde{u}_z - c_s^2 (\partial_z^2 \delta \tilde{u}_z + i k \partial_z \delta \tilde{u}_x) - v_A^2 (\partial_z^2 \delta \tilde{u}_z - k^2 \delta \tilde{u}_z) = 0 \end{cases}$$



Ici encore,  $\delta \tilde{u}_y$  est clairement indépendant de  $\delta \tilde{u}_x$  et  $\delta \tilde{u}_z$  et la même démarche fournit des équations d'évolution découplées identiques pour  $\delta \tilde{u}_x$  et  $\delta \tilde{u}_z$  :

$$\partial_t^4 \delta \tilde{u} + V^2 k^2 \partial_t^2 \delta \tilde{u} - V^2 \partial_t^2 \partial_z^2 \delta \tilde{u} - k^2 c_s^2 v_A^2 \partial_z^2 \delta \tilde{u} + k^4 c_s^2 v_A^2 \delta \tilde{u} = 0 \quad (2.25)$$

avec :

$$V^2 = c_s^2 + v_A^2 \quad (2.26)$$

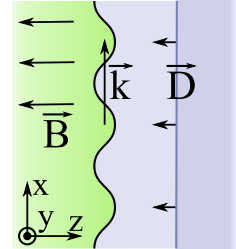
Appliquons également le changement de variables (2.23) ; nous obtenons :

$$\partial_\tau^4 \delta u + \partial_\tau^2 \delta u - \partial_\tau^2 \partial_\zeta^2 \delta u = \Gamma [\partial_\zeta^2 \delta u - \delta u], \quad \text{avec} \quad \Gamma = \frac{c_s^2 v_A^2}{(c_s^2 + v_A^2)^2} \quad (2.27)$$

### 2.2.2-c) Cas où B est parallèle à la direction de propagation

Ici, le champ magnétique est suivant z. On résume alors les projections de (2.18) suivant  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$  et  $\mathbf{e}_z$  de la façon suivante :

$$\begin{cases} \partial_t^2 \delta \tilde{u}_x - k c_s^2 (i \partial_z \delta \tilde{u}_z - k \delta \tilde{u}_x) - v_A^2 (\partial_z^2 - k^2) \delta \tilde{u}_x = 0 \\ \partial_t^2 \delta \tilde{u}_y - v_A^2 \partial_z^2 \delta \tilde{u}_y = 0 \\ \partial_t^2 \delta \tilde{u}_z - c_s^2 (\partial_z^2 \delta \tilde{u}_z + i k \partial_z \delta \tilde{u}_x) = 0 \end{cases}$$



et on montre, comme précédemment, que l'évolution des deux autres composantes  $x$ ,  $z$  de perturbation sont toujours découplées :

$$\partial_t^4 \delta \tilde{u} + k^2 V^2 \partial_t^2 \delta \tilde{u} - V^2 \partial_z^2 \partial_t^2 \delta \tilde{u} - k^2 c_s^2 v_A^2 \partial_z^2 \delta \tilde{u} + c_s^2 v_A^2 \partial_z^4 \delta \tilde{u} = 0 \quad (2.28)$$

Le changement de variables (2.23) donne :

$$\partial_\tau^4 \delta u + \partial_\tau^2 \delta u - \partial_\tau^2 \partial_\zeta^2 \delta u = \Gamma [\partial_\zeta^2 \delta u - \partial_\zeta^4 \delta u] \quad (2.29)$$

### 2.2.3 Discussion

Le système suivant résume les équations sur les perturbations de la vitesse selon  $x$  ou  $z$  pour les trois configurations exposées :

$$\begin{cases} \partial_\tau^2 \left( \partial_\tau^2 + 1 - \partial_\zeta^2 \right) \delta u = 0 \\ \partial_\tau^2 \left( \partial_\tau^2 + 1 - \partial_\zeta^2 \right) \delta u = \Gamma [\partial_\zeta^2 - 1] \delta u \\ \partial_\tau^2 \left( \partial_\tau^2 + 1 - \partial_\zeta^2 \right) \delta u = \Gamma [\partial_\zeta^2 - \partial_\zeta^4] \delta u \end{cases} \quad (2.30)$$

En supposant des constantes d'intégration nulles, le premier cas, où  $\mathbf{B}$  est selon  $\mathbf{e}_y$ , est caractérisé par la même équation que le cas traité par Wouchuk et Nishihara dans la référence [91] (équation (7)) pour la perturbation de densité (1.80). L'absence de second membre montre que le champ ne jouera pas sur le taux de croissance. Il agira seulement sur les vitesses de propagation des ondes de choc qui changent avec la valeur du champ magnétique (voir par exemple [25]), via l'expression de  $V^1$ . Au contraire, les équations d'évolution des perturbations dans les deux autres configurations indiquent la contribution du champ sur le comportement de l'instabilité par l'apparition du second membre.

## 2.3 Les résultats numériques

### 2.3.1 Le code numérique LPC-MHD

L'outil numérique que nous avons à disposition pour cette étude est un code linéaire de perturbations lagrangien avec MHD. Il a été développé par Jaouen, Morice et Fischer [55, 30].

#### 2.3.1-a) Description

LPC-MHD résout le problème de l'évolution de perturbations linéaires mono-modes dans un écoulement fluide de base à une dimension régi par les équations de la MHD idéale (voir le système (2.14)). Cet outil numérique est à géométrie plane et considère une équation d'état du type gaz parfait avec un coefficient  $\gamma_s$ , ajustable.

Il est montré dans la référence [30] que la formulation de l'écoulement compressible avec champ magnétique est équivalente à une formulation lagrangienne dite canonique :

$$\rho_0 \partial_t U + \sum_{i=X,Y,Z} \partial_i \left( \begin{array}{c} \mathcal{M}_i \Psi \\ -\frac{1}{2} \Psi^t \mathcal{M}_i \Psi \end{array} \right) + \sum_{i=X,Y,Z} \partial_i \mathcal{N}_i = 0 \quad (2.32)$$

où  $U$  et  $\Psi$  sont des vecteurs contenant les inconnues :  $U = (\tau, v_x, v_y, v_z, B_x/\rho, B_y/\rho, B_z/\rho, e)$  et  $\Psi = (p, -v_x, -v_y, -v_z, -B_x/4\pi, -B_y/4\pi, -B_z/4\pi)$ .

Cette forme canonique du système d'équations qui modélise l'écoulement permet le calcul en trois dimensions des perturbations uniquement à partir d'une dimension  $z$  pour l'écoulement de base [39, 30]. Elle facilite également l'utilisation de solveurs entropiques mis en évidence par Després dans la référence [24].

Le code permet d'accéder aux variables fluides mono-dimensionnelles ainsi qu'aux valeurs de perturbations sur tous les domaines simulés, au cours du temps. Les initialisations des calculs se font en fixant les valeurs fluides de base dans les domaines choisis d'une part, et en paramétrant l'amplitude initiale des perturbations d'autre part. La dépendance de la perturbation initiale est en exponentielle décroissante selon la direction  $z$  :  $e^{-k|z-z_{\text{pertu}}|}$ .

---

1. Sans champ, on peut toutefois retrouver l'équation de Wouchuk sans concession sur les conditions initiales. La limite sans champ de (2.15d) donne l'expression des  $\partial_t \delta \tilde{u}_i$  en fonction de  $\delta p$ , que l'on peut injecter dans  $\partial_t$  (2.19). On retrouve alors l'équation d'évolution des perturbations de pression (équation (7) dans la référence [91]) :

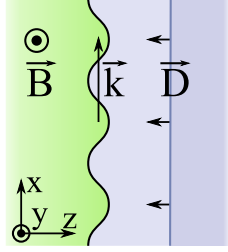
$$\partial_t^2 \delta \tilde{p} + k^2 c_s^2 \delta \tilde{p} - c_s^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \delta \tilde{p} = 0 \quad (2.31)$$

Le code numérique LPC-MHD a été validé sur de nombreux cas tests [30] lorsque la composante du champ est parallèle au vecteur d'onde des perturbations. Nous avons également vérifié la convergence et effectué quelques vérifications de base (voir l'annexe B).

### 2.3.2 Résultats

Nous avons comparé nos résultats numériques aux vitesses de croissance du modèle de Richtmyer (équation (1.46)) avec la formulation de Meyer-Blewett ((1.47)) lorsqu'une onde de détente est réfléchiée à l'interface.

#### 2.3.2-a) Cas où $\mathbf{B}$ est perpendiculaire à $\mathbf{k}$ et à la direction de propagation



Nous traitons d'abord la géométrie selon laquelle à la fois  $\mathbf{B} \perp \mathbf{k}$  et  $\mathbf{B} \perp \mathbf{D}$ , où  $D$  représente la vitesse de l'onde de choc incidente. C'est la situation schématisée ci-contre. L'équation (2.16) devient dans ce cas (2.22). Le champ magnétique n'intervient plus que dans la constante  $V$ . La seule différence par rapport au cas sans champ sur la figure 2.1 est la vitesse de déplacement du choc qui arrive plus tôt au niveau de l'interface dans le cas magnétisé.

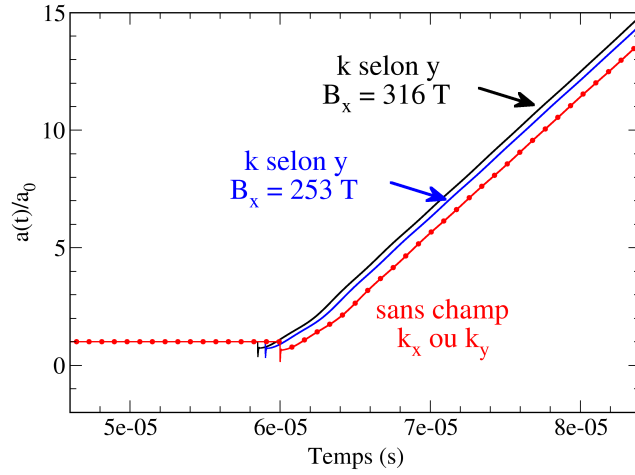
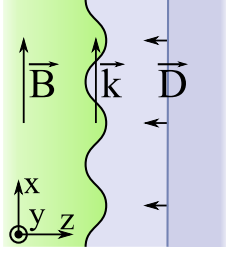


FIGURE 2.1 – Cas où le champ magnétique est imposé selon la direction perpendiculaire au vecteur d'onde des perturbations et à la direction de propagation du choc.

#### 2.3.2-b) Cas où $\mathbf{B}$ est parallèle à $\mathbf{k}$



On s'intéresse maintenant à la configuration schématisée ci-contre. L'équation (2.16) devient (2.25). On peut voir sur la figure 2.2 le comportement de l'amplitude de l'interface au cours du temps lorsqu'une onde de choc est réfléchiée à l'interface. Le champ limite l'instabilité puisque l'amplitude oscille avec une fréquence et une amplitude qui dépendent du champ magnétique imposé dans le milieu. Plus la composante parallèle du champ est élevée et plus la fréquence des oscillations augmente et plus l'amplitude diminue. Ces considérations sont valables aussi bien lorsqu'une onde de choc est réfléchiée que lorsqu'une onde de détente est réfléchiée et vont dans le sens du modèle impulsif de Qiu *et al.* [62].

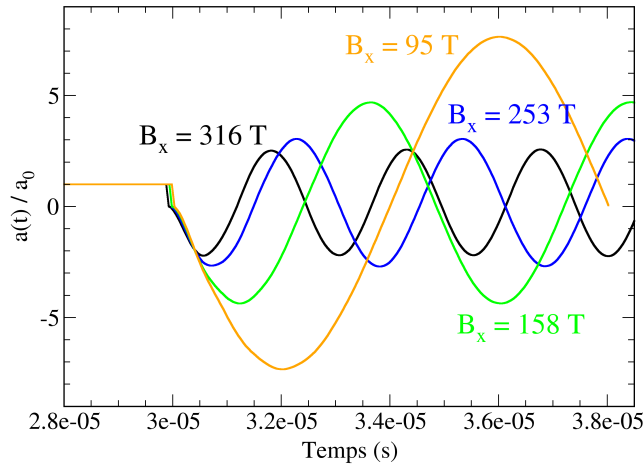


FIGURE 2.2 – Cas où le champ magnétique est imposé selon la direction parallèle au vecteur d'onde des perturbations.

### Fréquence des oscillations

Pour comparer ces grandeurs à nos résultats numériques compressibles, il faut choisir les valeurs des variables fluides et une valeur de  $a_0$ . Dans le modèle impulsif, à  $t = 0^-$ , les fluides de part et d'autre de l'interface sont dans l'état que seraient ceux ayant déjà subi les compressions et/ou détentes. Mais il n'y a pas de passage de l'onde de choc à travers l'interface, on la met simplement en vitesse de manière impulsif à  $t = 0$ . Dans notre comparaison, nous avons donc pris les variables post-choc des simulations, de part et d'autre de l'interface.

Pour la fréquence d'oscillations, la correspondance entre le modèle impulsif magnétique de Qiu et nos simulations est évidente jusqu'à des valeurs de champ magnétique de 200 T (voir la figure 2.3). Au delà, l'incompressibilité du modèle de Qiu surestime légèrement la valeur de la fréquence par rapport à nos simulations compressibles.

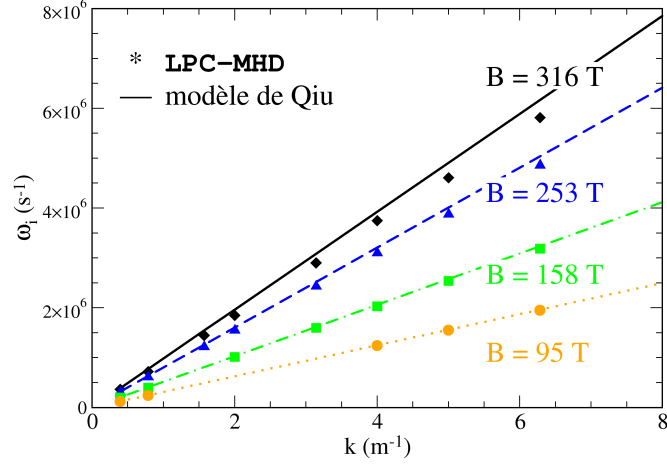


FIGURE 2.3 – Comparaison, lorsque  $\mathbf{B} \parallel \mathbf{k}$ , des relations de dispersion issues de l'expression de Qiu *et al.* :  $\tilde{\omega} = kv_A$  introduite en (2.12) et des simulations LPC-MHD (points), pour différentes valeurs de champ magnétique.

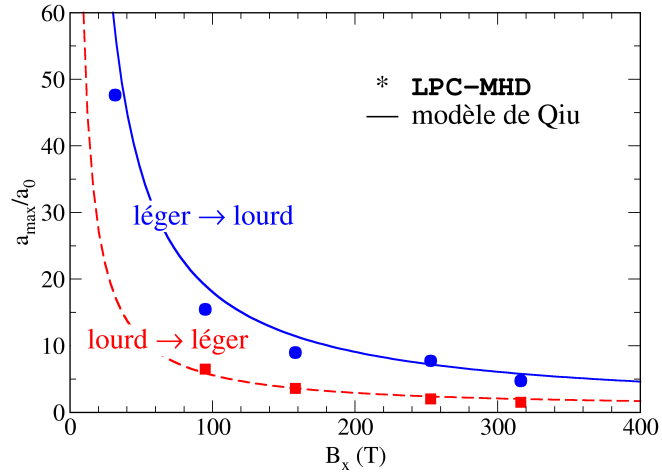


FIGURE 2.4 – Comparaison, lorsque  $\mathbf{B} \parallel \mathbf{k}$ , des amplitudes d'oscillation issues de l'expression (2.13) du modèle impulsif de Qiu *et al.* et des simulations LPC-MHD (points), pour différentes valeurs de champ magnétique.

### Amplitude des oscillations

La comparaison de l'amplitude des oscillations  $a(t)$  au modèle de Qiu *et al.* nécessite la définition de  $a_0$  issu du développement analytique, dans l'expression (2.13). En effet, contrairement aux simulations, le modèle impulsif ne prend pas en compte la compression de l'interface puisqu'aucune onde de choc ne la traverse. Il suppose qu'à  $t = 0^-$ , les deux milieux de part et d'autre de l'interface sont déjà dans l'état post-choc et à  $t = 0$ , l'interface perturbée est accélérée de manière impulsif. L'estimation fine de  $a_0$  apparaît nécessaire. Nous l'avons évaluée à partir des valeurs de nos simulations (exposant  $LPC$ ) selon les approches de Richtmyer [66] dans le cas d'une transition de l'onde de choc d'un matériau léger vers un matériau lourd :

$$a_0 = a_{0+}^{LPC}$$

et de Meyer et Blewett (équation (1.47), voir aussi la référence [52]), plus adaptée dans le cas d'une transition lourd-léger, où une onde de détente est réfléchiée dans nos simulations :

$$a_0 = (a_{0+}^{LPC} + a_{0-}^{LPC}) / 2$$

où  $t = 0^-$  et  $t = 0^+$  désignent respectivement les instants juste avant et juste après le passage de l'onde de choc sur l'interface perturbée.

La comparaison entre modèle impulsif et simulations est représentée sur la figure 2.4. L'amplitude des oscillations pour des transitions d'un milieu moins dense sur un plus dense est bien décrite par le modèle incompressible. Des écarts au modèle, qui peuvent atteindre 10% sont visibles dans les situations où une détente est réfléchiée.

*Nous avons étudié la croissance linéaire de l'instabilité de Richtmyer-Meshkov en présence de champ magnétique transverse, à l'aide de simulations numériques avec le code linéaire de perturbations LPC-MHD. Nous montrons que le champ n'a pas d'effet dans le cas où il est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde de choc incidente et au vecteur d'onde des perturbations. Au contraire, lorsqu'il est aligné avec le champ vecteur d'onde, le champ supprime l'instabilité et les perturbations oscillent dans le temps. L'amplitude et la fréquence des oscillations sont comparées aux valeurs données par le modèle incompressible impulsif de Qiu et al et un bon accord est obtenu en considérant la prescription de Meyer et Blewett pour l'amplitude des perturbations initiales du modèle, dans le cas où une onde de détente est réfléchiée. On montre ainsi que la compressibilité a un effet négligeable sur le comportement de l'instabilité de Richtmyer-Meshkov lorsque le champ magnétique est parallèle au vecteur d'onde des perturbations.*



## CHAPITRE

### 3

# L'IRT AU FRONT D'ABLATION EN PHASE D'ACCÉLÉRATION

*Ce chapitre est dédié à l'étude de l'instabilité de Rayleigh-Taylor au front d'ablation sans champ magnétique, puis avec auto-génération de champ magnétique. À l'aide du code numérique **FCI2**, nous nous ramenons à un écoulement semblable à la phase d'accélération d'une cible de FCI en simulant une plaque de CH irradiée par un flux énergétique de  $5.10^{17}$  W/m<sup>2</sup> (soit 50 TW/cm<sup>2</sup>). Deux épaisseurs de plaque de 18 et 9 microns permettent de simuler deux accélérations différentes pour le même éclairage. Notre initialisation est telle que le développement, sans champ magnétique, de l'instabilité transite vers une phase quasi linéaire. Nous constatons alors l'écart dans la comparaison avec le modèle auto-consistant de Goncharov-Betti ; les relations de dispersion au temps longs sont modifiées. En activant l'auto-génération de champ magnétique nous observons des champs magnétiques dont l'amplitude peut atteindre plusieurs teslas. Toutefois, ce champ généré à partir des perturbations ne modifie pas l'écoulement de base. Nous observons quand même une légère modification des relations de dispersion. La comparaison avec le modèle de Masse est moins bonne mais permet de prendre en compte les effets du champ, pour les longueurs d'ondes déjà simulées, comme un accroissement de la conductivité transverse. L'analyse de Fourier des perturbations permet également de mettre en évidence la génération d'harmoniques du mode d'initialisation lorsque l'on active l'auto-génération de champ.*

---

On s'intéresse à présent à l'instabilité de Rayleigh-Taylor. Cette instabilité, dont la croissance classique est plus importante que pour l'IRM, intervient dans le processus de FCI, en régime ablatif, à deux niveaux. Premièrement sur la surface extérieure de la coquille dans la phase d'accélération, puis sur la face interne dans la phase de décélération. Nous étudions dans ce chapitre le comportement de l'IRT au front d'ablation en phase d'accélération sans, puis avec l'auto-génération de champ magnétique. Le contexte diffère ici de celui du chapitre précédent en ce que les champs sont auto-générés du fait de la prise en compte d'une conduction thermique finie, à la base du mécanisme d'ablation.

Dans le scénario de l'attaque directe, la cible est irradiée par un rayonnement laser intense (de l'ordre de  $1.10^{18}$  W/m<sup>2</sup>). Les couches périphériques sont ionisées et se détendent violemment. Par conservation de l'impulsion, des pressions de l'ordre de la centaine de Mbar sont générées et on arrive, en mettant en forme l'impulsion laser, à déclencher la propagation de chocs successifs dans la coquille. Pour minimiser l'entropie déposée et faciliter la compression, la chronométrie des chocs est en général telle que tous les chocs lancés coalescent en même temps, en une onde de choc unique plus forte en arrivant sur la surface interne de la coquille. Dès lors, une onde de détente est réfléchie et une onde de choc est transmise dans le combustible gazeux à l'intérieur de la coquille. Alors que le laser continue son fonctionnement, l'onde de détente remonte dans la coquille encore non ablatée qui a déjà été mise en vitesse par les premiers chocs. Le plasma intercepté par le front de détente est accéléré dans la direction centripète et en particulier la zone au niveau du front d'ablation.

Le front d'ablation est généré par la conduction thermique. Le rayonnement laser ne peut pénétrer le plasma des couches périphériques que jusqu'à la densité critique  $n_c$ . C'est dans cette région qu'il dépose la majeure partie de l'énergie mais elle est ensuite transportée un peu plus en profondeur dans la coquille par les électrons qui assurent la conduction thermique. Une onde thermique est engendrée et progresse vers l'intérieur de la coquille. Le pied de cette onde thermique correspond à peu près au maximum de pression dû à la détente du plasma chaud, et on l'associe au front d'ablation. Il est usuel de définir une position d'ablation comme la position où le profil de densité, creusé par l'onde thermique, présente le minimum de longueur de gradient [34] ou bien le maximum de gradient. La configuration engendrée dans cette région, où le plasma ablaté, peu dense, pousse le plasma dense de la coquille, est alors sujette à l'instabilité de Rayleigh-Taylor.

D'autre part, au fur et à mesure que l'amplitude des perturbations croît, la configuration propice à l'auto-génération de champ magnétique s'accroît et on peut s'attendre à des effets en retour sur le développement de l'instabilité.

Nous exposons dans un premier temps les simplifications apportées au problème et les différentes options numériques choisies pour asseoir l'hydrodynamique de base puis l'initialisation des perturbations. Nous analysons dans un deuxième temps l'évolution des perturbations liée à l'instabilité de Rayleigh-Taylor en la comparant notamment au modèle de Goncharov-Betti. Nous activons ensuite l'auto-génération de champ magnétique dans les simulations pour caractériser leur développement avant d'étudier leur influence sur la croissance de l'instabilité.

### 3.1 Description du problème

Notre étude consiste en l'étude du développement de cette instabilité au front d'ablation avec et sans les champs auto-générés. Pour faciliter l'étude de cette instabilité, nous simplifions le problème sur plusieurs points que nous adaptons à la géométrie de fonctionnement du code numérique.

#### 3.1.1 Configuration simplifiée

Nous choisissons premièrement de considérer une plaque plane et non une coquille qui nécessiterait la simulation d'un domaine beaucoup plus important. Cette approche a l'avantage de ne pas être affectée par les effets de la sphéricité sur l'instabilité. Les résultats en géométrie plane restent valables pour des longueurs d'onde faibles devant le rayon de la coquille réelle<sup>1</sup> et, en simulant une longueur d'onde sur la hauteur de plaque considérée, on limite la validité pour les plus grandes longueurs d'onde, par conséquent les modes les plus faibles.

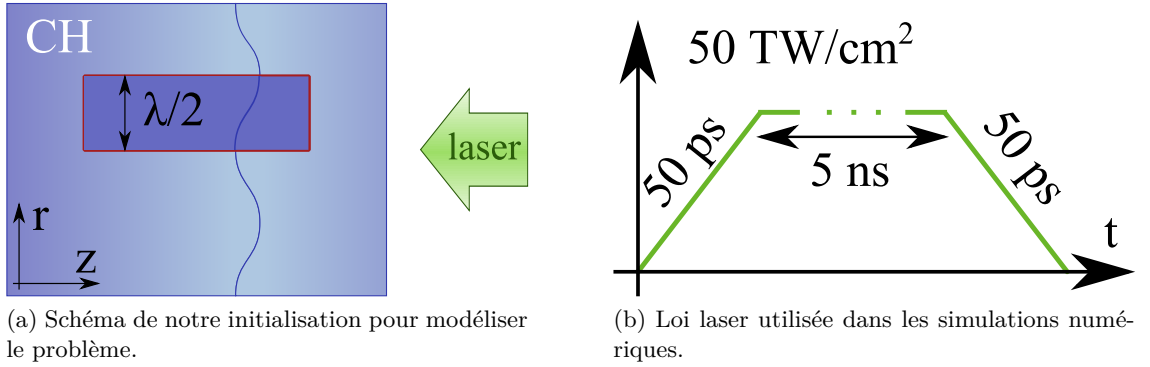


FIGURE 3.1 – Schéma de principe des simulations.

D'autre part, nous ne simulons qu'un seul matériau : l'ablateur en polyéthylène (CH)<sup>2</sup> avec une épaisseur réduite, de l'ordre de la dizaine de microns, par rapport à sa taille dans les scénarios classiques [15].

La loi de l'éclairement laser à la longueur d'onde 351 nm qui irradie la plaque d'ablateur est simplifiée. Elle est constituée d'une rampe de montée de 0 à  $5 \cdot 10^{17} \text{ W/m}^2$  en 50 ps qui va générer une onde de choc dans la plaque, d'un plateau de près de 5 ns et d'une rampe de descente de 50 ps (voir la figure 3.1).

Enfin, le module de magnétohydrodynamique qui nous permet d'étudier l'action des champs magnétiques auto-générés dans le code utilisé n'est disponible qu'en géométrie

1. À deux dimensions, on peut fixer un angle maximum de section de coquille  $\alpha$  tel que l'écart  $\delta$  entre la véritable frontière circulaire et la frontière de notre plaque plane soit faible par rapport à la largeur de la plaque (1% de  $\Delta R$  par exemple) :  $R_{int}(1 - \cos \alpha) < 0,01\Delta R$ . Avec les épaisseurs d'une dizaine de microns que nous considérerons et pour un rayon interne de 900  $\mu\text{m}$  vers la fin de l'accélération, cet angle correspond à une hauteur  $h$  de plaque d'une quinzaine de microns.

2. Nous considérons un ablateur constitué d'un seul matériau et non sur des mousses imprégnées de DT cryogénique souvent mises à profit dans les scénarios d'attaque directe, proposé par exemple dans [15], mais dont la modélisation n'est pas aisément rapportable à une densité moyenne comme l'a montré Elbaz dans la référence [28].

axisymétrique  $(r, z)$ . On adopte donc cette géométrie en se plaçant suffisamment loin de l'axe  $z$  (typiquement à 1 cm) pour négliger les effets cylindriques.

C'est dans cette configuration simplifiée, que nous simulons le problème avec le code lagrangien bidimensionnel **FCI2**.

#### 3.1.2 Le code de calcul

**Description simple** **FCI2** est un outil numérique de simulation développé au CEA dans le but de simuler les plasmas typiques de FCI. Il inclut de nombreux modules qu'il est possible d'activer pour traiter les différents aspects du processus comme le ray-tracing, les réactions de fusion, la magnétohydrodynamique etc.. Les modules de base permettent de résoudre les équations de l'hydrodynamique radiative en deux dimensions dans un formalisme lagrangien. Les équations de conservation de la masse, de l'impulsion, de l'énergie des électrons et de l'énergie des ions sont implémentées avec la prise en compte du couplage entre matière et rayonnement et de l'échange d'énergie entre les ions et les électrons. Dans les équations de conservation de l'énergie, la conductivité thermique utilisée est celle de Spitzer [74] pour les ions et une interpolation entre le modèle de Spitzer et celui de Hubbard [38] pour les électrons afin de tenir compte des effets de couplage et de dégénérescence.

Compte tenu de la vitesse importante du front d'ablation dont on veut étudier l'évolution et des variations conséquentes des quantités hydrodynamiques, l'utilisation d'un code de calcul lagrangien est ici requise pour réduire l'espace de simulation. L'utilisation d'un code lagrangien bidimensionnel, sans remaillage, est cependant limitée dans la représentation de phénomènes dans lesquels les mailles vont être fortement distordues tels que les tourbillons. Elle nécessite par ailleurs l'utilisation de modules relatifs au maillage pour prévenir des problèmes comme les croisements de mailles ou les instabilités de maillage. Nous précisons dans les paragraphes qui suivent les options utilisées à ce sujet.

**La pseudo-viscosité** Pour représenter correctement les ondes de chocs, solutions discontinues, le schéma numérique a recours à une viscosité artificielle, introduite dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Cette pseudo-viscosité permet d'étendre le saut des quantités hydrodynamiques causé par une onde de choc sur quelques mailles de manière continue pour avoir une solution « capturable ».

**L'antidérive** Il est courant d'observer dans les simulations lagrangiennes des structures en chevrons dues au glissement des nœuds le long d'une ligne (voir la figure 3.2). Elles n'induisent pas de variations de la surface des mailles donc pas de variations de densité qui pourraient contrer cet effet qui s'accroît au cours du temps et peut conduire par exemple à des croisements de mailles. Pour les éviter, nous avons activé l'antidérive dans le schéma lagrangien de **FCI2**. Elle consiste à rajouter une force aux nœuds des mailles qui va légèrement freiner leur progression lorsqu'elle est associée à une déformation anormale (voir [6, chap. 8 sec. III]).

**L'ALE** Pour éviter les instabilités de maillage qui peuvent apparaître dans les simulations malgré l'antidérive, on a utilisé la méthode de remaillage ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) implémentée dans **FCI2**. Elle consiste à projeter le maillage lagrangien sur un maillage de meilleure qualité géométrique lorsqu'il est trop distordu. Nous avons pris les

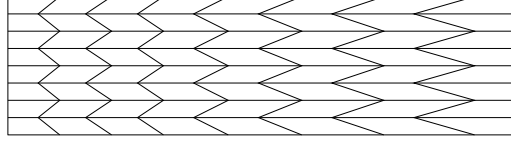


FIGURE 3.2 – Schéma de l'aspect du maillage lors d'une simulation sans antidérive où l'on voit apparaître les structures en chevrons qui risquent d'engendrer des croisements de mailles.

précautions de ne pas remailler le front d'ablation et d'affecter seulement un domaine où la vitesse fluide est positive (contrairement à la plaque accélérée vers les  $z$  négatifs) et supérieure à la vitesse locale de propagation des ondes sonores pour éviter toute réaction de cette phase sur l'écoulement qui nous intéresse.

**La diffusion multigroupe** Pour prendre en compte les effets radiatifs, il faut résoudre l'équation du transfert radiatif dans le plasma qui décrit l'évolution de la fonction de distribution angulaire (caractérisée par la direction  $\Omega$ ) et énergétique des photons (caractérisée par leur fréquence  $\nu$ ) :  $f_\nu(\nu, \Omega, \mathbf{r}, t)$ . Elle est équivalente, à une constante près, à l'intensité spécifique,  $I_\nu(\nu, \Omega, \mathbf{r}, t)$ , définie par  $f_\nu(\nu, \Omega, \mathbf{r}, t) = hc\nu I_\nu$ , où  $h$  est la constante de Planck. À l'instar de la dérivation des équations fluides à partir de l'équation de Fokker-Planck, l'intégration de l'équation du transfert radiatif, ici sur  $\Omega$  fait apparaître les moments angulaires successifs. En s'arrêtant à l'ordre un on forme l'approximation dite P1 qui met en jeu le moment d'ordre 0 : la densité d'énergie radiative :

$$U_\nu(\nu, \mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \int I_\nu d\Omega$$

et le moment d'ordre un : le flux d'énergie radiative :

$$\mathbf{S}_\nu(\nu, \mathbf{r}, t) = \int I_\nu \Omega d\Omega$$

En considérant le flux d'énergie radiative stationnaire, on l'exprime en fonction de la densité d'énergie radiative et on n'obtient plus qu'une seule équation sur  $U_\nu(\nu, \mathbf{r}, t)$  qui constitue l'approximation de la diffusion. C'est dans cette approximation qu'est résolue l'équation de transport du rayonnement dans **FCI2**.

Cette dernière approximation peut surestimer le flux d'énergie radiative. Pour éviter des valeurs de flux (en valeur absolue) qui dépasseraient le maximum  $\mathbf{S}_\nu^{\max} = h\nu f_\nu(\nu, \Omega, \mathbf{r}, t)$ , atteint si tous les photons allaient dans la même direction, on le restreint artificiellement à l'aide d'un limiteur de flux  $q_l^{\text{rad}}$  (voir la section 3.1.5) qui va multiplier les coefficients de diffusion. Ce limiteur est calculé automatiquement dans le code selon la relation suivante :

$$q_l^{\text{rad}} = \frac{2}{1 + \left(1 + 2^p \left(\frac{1}{f_l^{\text{rad}}} \frac{S_\nu}{S_\nu^{\max}}\right)^p\right)^{\frac{1}{p}}} \quad (3.1)$$

où  $p = 4$  et où l'on peut ajuster la valeur de  $f_l^{\text{rad}}$  pour limiter plus ou moins fortement les flux proches de la valeur théorique maximale calculée. Le pendant électronique de ce coefficient, relatif au flux maximal si tous les électrons allaient dans le même sens à la vitesse thermique électronique, est également ajustable (voir la section 3.1.5).

Par ailleurs, la discrétisation sur les valeurs de fréquence se fait en décomposant le domaine en intervalles (les groupes de fréquence) sur lesquels on va considérer les différents coefficients d'absorption et d'émission moyennés en fréquence via la fonction de Planck. Dans nos simulations nous avons défini 100 groupes de fréquence répartis de 0 à 30 keV. On résout ainsi le transport du rayonnement dans l'approximation de la diffusion multigroupe.

### 3.1.3 Hydrodynamique de base

Les diagrammes de marche sur la figure 3.3 représentent l'évolution de la densité au cours du temps pour les deux longueurs de plaques étudiées de 9 et 18 microns. L'éclairement laser crée un choc fort. La pression derrière le choc atteint  $p^1 = 2,5 \cdot 10^{11}$  Pa (soit 2,5 Mbar) et la force qui le caractérise  $s = 1 - p^0/p^1$  est de l'ordre de 1. Pour une plaque de  $l = 18$  microns de longueur, l'onde débouche sur la face arrière à  $t_{\text{deb}} = 0,95$  ns et la détente réfléchie intercepte le front d'ablation vers  $t_{\text{acc}} = 1,5$  ns ; l'accélération débute. Pour la plaque de  $l = 9$  microns, l'onde de choc est la même mais débouche vers  $t_{\text{deb}} = 0,46$  ns et le front d'ablation est accéléré vers  $t_{\text{acc}} = 0,80$  ns. On a tracé aussi quelques profils de densité sur la figure 3.4 pour les deux longueurs de plaques.

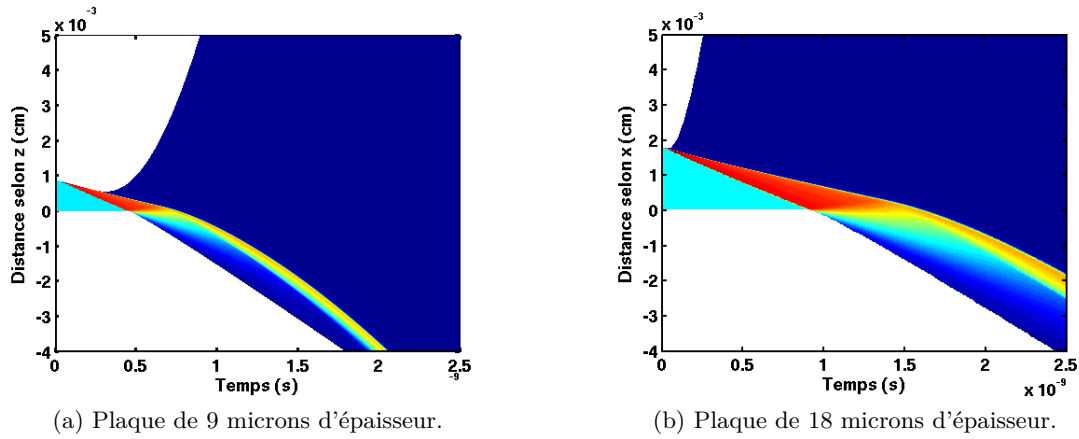


FIGURE 3.3 – Profils de densité au cours du temps de la plaque de CH éclairée par un laser de longueur d'onde 351 nm selon la loi schématisée sur la figure 3.1b. Le rouge correspond aux densités les plus élevées, le bleu aux plus faibles. On voit nettement la mise en accélération après que l'onde de détente a remonté à travers la plaque.

Les variables qui caractérisent l'écoulement sont les suivantes :

- $g$ , l'accélération (dans le référentiel où la plaque est initialement au repos) du front d'ablation situé en  $z_a$ , définie par :

$$g = \left| \frac{d^2 z_a}{dt^2} \right| \quad (3.2)$$

- $v_a$ , la vitesse d'ablation (dans le référentiel du laboratoire), définie comme le taux de masse ablatée normalisé au maximum de densité du profil proche de l'ablation :

$$v_a = \frac{1}{\rho_{\text{max}}} \dot{m}_a \quad (3.3)$$

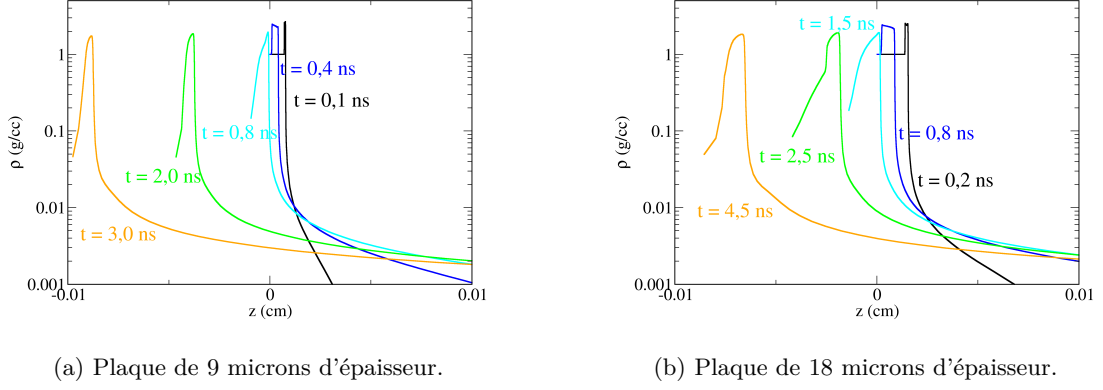


FIGURE 3.4 – Profils de densité pour plusieurs temps issus de la figure 3.3.

avec  $\dot{m}_a$  le taux de masse (surfacique) ablatée au temps  $t$  défini, dans notre géométrie par :

$$\dot{m}_a = \frac{d}{dt} \int_{z_a(t)}^{z_{\text{fin}}} \rho(z) dz \quad (3.4)$$

- $L_0$ , l'épaisseur caractéristique de la région d'ablation, définie selon la référence [8] par la formule :

$$L_0 = \frac{\gamma_s - 1}{\gamma_s} \frac{k_B}{r} \frac{\kappa_a}{\rho_a v_a} \quad (3.5)$$

où  $r$  est la constante spécifique du gaz parfait qui modélise le plasma considéré,  $\gamma_s$  le rapport des chaleurs spécifiques pris égal à 5/3,  $\kappa = \gamma_0 \frac{n_e k_B T_e}{m_e v_{ei}}$  la conductivité thermique et où l'indice « a » indique que les quantités sont prises au front d'ablation.

- et enfin  $Fr$ , le nombre de Froude :

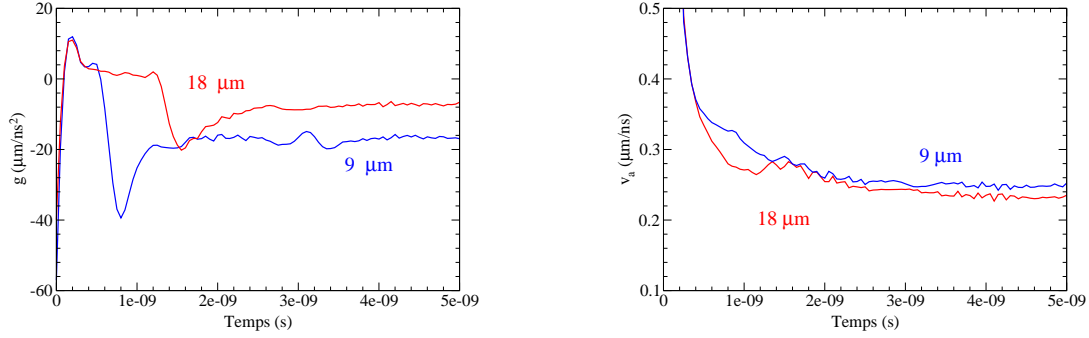
$$Fr = \frac{v_a^2}{gL_0} \quad (3.6)$$

qui rend compte de l'importance relative entre ablation et accélération.

Du fait des aller-retours d'ondes de choc et de détente, ces variables évoluent dans le temps, même après que l'accélération a débuté (voir par exemple la figure 3.5). Après un régime transitoire, l'écoulement hydrodynamique devient stationnaire avec une accélération et une vitesse d'ablation quasiment constantes au cours du temps. Nous présentons dans le tableau 3.1 leur valeurs pour la plaque de 18  $\mu\text{m}$  et pour celle de 9  $\mu\text{m}$ . Le choix de deux épaisseurs de plaques nous permet ainsi de sonder deux accélérations différentes tout en conservant le même éclairement et la même vitesse d'ablation.

### 3.1.4 Initialisation des perturbations

Pour étudier l'instabilité de Rayleigh-Taylor au front d'ablation, nous introduisons des perturbations dans les simulations. Elles sont créées par une perturbation, d'amplitude  $\tilde{a}_0$ ,



(a) Accélération (en valeur algébrique) du front d'ablation au cours du temps pour une plaque de 18 microns de long.

(b) Vitesse d'ablation au cours de la simulation.

FIGURE 3.5 – L'écoulement hydrodynamique mono-dimensionnel dans lequel nous étudions l'instabilité n'est pas stationnaire. Il devient néanmoins plus régulier après 2,5 ns pour la plaque de 18 microns de longueur et après 2 ns pour celle de 9 microns. Ces courbes ont subi un lissage par une méthode dite de Savitzky-Golay [60] adaptée dans l'outil Matlab par R. Losada.

$l$	$t_{\text{déb}}$ (ns)	$g$ ( $\mu\text{m/ns}^2$ )	$v_a$ ( $\mu\text{m/ns}$ )	$L_0$ ( $\mu\text{m}$ )	$Fr$
9 $\mu\text{m}$	0,46	18	0,26	$3,7 \cdot 10^{-2}$	0,10
18 $\mu\text{m}$	0,95	7,7	0,25	$1,7 \cdot 10^{-2}$	0,48

TABLE 3.1 – Valeurs des variables qui caractérisent les écoulements ablatifs de base dans lesquels nous allons introduire les perturbations. Les valeurs  $v_a$ ,  $g$  et  $L_0$  ont été moyennées sur l'intervalle de temps compris entre 2,5 et 4,5 ns et entre 2 et 4,5 ns pour les plaques de 18  $\mu\text{m}$  et 18  $\mu\text{m}$  respectivement.

de la grille du maillage lagrangien initial. En formalisme lagrangien, la masse des mailles reste constante au cours du temps. Puisque la densité initiale est uniforme, la déformation a pour conséquence, outre un faible déplacement spatial du centre des mailles, d'introduire de légères différences de masse sur les mailles concernées par la déformation (voir la figure 3.6). Il s'en suit, après le passage du choc, une perturbation en vitesse parallèle et par conséquent, via les relations fluides, des perturbations des autres quantités hydrodynamiques. Le déplacement de la grille est maximum en  $z = z_m$  que nous avons placé environ aux trois quarts de la longueur de la plaque, puis décroît de manière exponentielle en  $\tilde{a}_0 e^{-k|z-z_m|}$ , où  $k$  est le nombre d'onde de la perturbation.

Pour des raisons de symétrie<sup>3</sup>, on ne simule qu'une demi longueur d'onde de perturbation sur la hauteur  $h$  de la plaque (voir la figure 3.1).

Les spectres en longueur d'onde des défauts des cibles de FCI sont larges [21], cou-

3. Même si les variables hydrodynamiques sont symétriques, les valeurs de champ magnétique seront anti-symétriques mais toujours selon la direction perpendiculaire au plan de simulation.



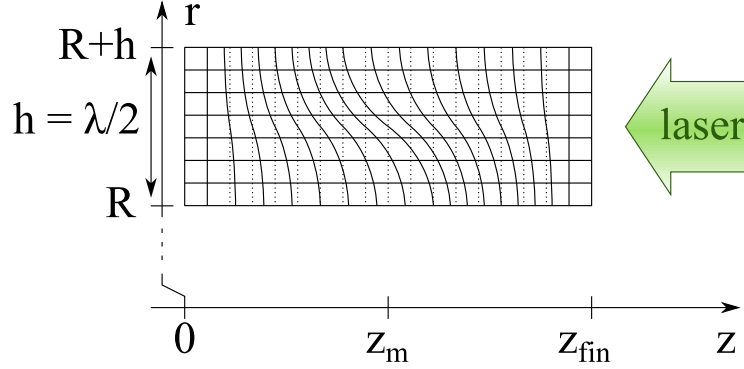


FIGURE 3.6 – Schéma de la déformation appliquée à l'instant initial au maillage.

vant des numéros de mode de 1 à quelques milliers. Pour un rayon extérieur de cible de  $1700 \mu\text{m}$  [15], cela correspond à des longueurs d'onde de  $10 \mu\text{m}$  à quelques millimètres. Dans notre étude plus simplifiée, nous considérerons cependant des longueurs d'ondes entre quelques microns et quelques dizaines de microns. Toujours selon la référence [21], les amplitudes moyennes des défauts de ces modes est typiquement de l'ordre de la fraction de nanomètres au nanomètre. Nous avons choisi des amplitudes d'initialisation (en déformation de maillage) de  $1\text{\AA}$  et  $10\text{\AA}$ . Les perturbations de  $1\text{\AA}$  engendrent des écarts à la densité moyenne de l'ordre de quelques  $10^{-5}$  en début de phase d'accélération (voir la section 3.2).

### 3.1.5 Modélisation du laser

Les perturbations du front d'ablation se retrouvent imprimées dans la détente du plasma. La modélisation de l'éclairement laser par une méthode de tracé de rayons (ou ray-tracing) s'en trouve perturbée. Le tracé des rayons, basé sur une résolution d'équation d'onde, ou eikonale, est sensible aux gradients d'indice optique. Or les perturbations qui existent, engendrent des perturbations de l'indice optique. On observe donc des modifications des trajectoires des rayons dans la cible. De plus, le dépôt d'énergie s'effectue sur les trajectoires des rayons. Il est donc lui aussi perturbé. Il s'en suit un couplage résonnant entre les perturbations hydrodynamiques dans la détente et les trajectoires de rayons que l'on peut voir sur la figure 3.7 et donc un dépôt d'énergie fortement irrégulier (voir la figure 3.7). Pour éviter ce couplage, nous avons pris le parti de modéliser le flux d'énergie



FIGURE 3.7 – Simulation dans laquelle le dépôt d'énergie laser est évalué selon le calcul du tracé des rayons. Le couplage aux perturbations imprimées dans la détente commence et le dépôt d'énergie résultant ne se fait plus sur toute la hauteur. La couleur locale des rayons indique l'énergie restante à déposer : en bleu, tout a été déposé et en magenta, tout reste à déposer.

laser par un flux radiatif de même longueur d'onde. L'énergie déposée se calcule par résolution de l'équation de transfert radiatif dans l'approximation de la diffusion et contourne le problème du couplage entre les perturbations et la réfraction du laser.

Dans le but d'obtenir un écoulement de base possédant des caractéristiques similaires à celui produit par un dépôt laser calculé à l'aide du Ray-tracing, nous ajustons le coefficient  $f_l^{\text{rad}}$  du limiteur de flux radiatif (voir l'équation (3.1)). Nous avons en effet constaté que, sans limitation, le dépôt d'énergie utilisant l'équation de transfert radiatif introduit dans l'écoulement de base une sous-structure et un second front d'ablation qui commence à se développer à nos éclaircissements [27]. Afin de s'affranchir de ces effets, nous avons fortement limité le flux radiatif. Nous donnons dans le tableau 3.2 les valeurs des coefficients  $f_l$  associés aux limiteurs de flux radiatif et électronique qui permettent d'obtenir des écoulements de base similaires à ceux rencontrés avec tracé de rayon.

	Éclairement ( W.m <sup>-2</sup> )	$f_l^{\text{elec}}$	$f_l^{\text{rad}}$
Ray-tracing	6,0.10 <sup>16</sup>	1,0	5,0.10 <sup>-2</sup>
Radiatif	5,0.10 <sup>17</sup>	0,68	5,0.10 <sup>-2</sup>

TABLE 3.2 – Récapitulatif des options employées pour établir un écoulement de base similaire par dépôt d'énergie selon le calcul du tracé des rayons laser et selon la diffusion multigroupe d'un flux radiatif entrant, et en évitant les structures de doubles fronts d'ablation. Ces valeurs sont identiques pour les plaques de 9 et 18 microns.

## 3.2 Comportement de l'IRT sans champ magnétique

### 3.2.1 Méthode d'évaluation des perturbations

Nous avons considéré l'évolution des perturbations de densité dans la zone d'ablation. L'abscisse  $z_a$  du front d'ablation, une fois imprimé par la perturbation, dépend de la coordonnée  $r$  :

$$z_a \rightarrow z_a(r, t)$$

À chaque ordonnée fixe  $r_i$ , la position du front d'ablation  $z_a(r_i, t)$  est déterminée comme la position correspondant au minimum  $L_{\min}(r_i, t)$  de la longueur de gradient (issue du profil de densité  $\rho(r_i, z, t)$ ). Nous avons considéré une petite région  $\mathcal{Z}$ , de largeur  $2L_{\min}$  centrée sur la position moyenne,  $\langle z_a(t) \rangle_r$ , du front d'ablation définit ainsi :

$$\langle z_a(t) \rangle_r = \frac{1}{z_a(R+h) - z_a(R)} \int_R^{R+h} z_a(r, t) dr$$

Nous avons choisi d'étudier l'évolution de l'amplitude eulérienne normalisée maximale (dans  $\mathcal{Z}$ ) des perturbations de densité :  $(\delta\rho/\rho)^{\max}(t)$ , c'est-à-dire l'amplitude des perturbations de densités (normalisée par la densité moyenne locale) en un  $z$  donné de  $\mathcal{Z}$ , définie à chaque instant  $t$  là où l'amplitude est maximale :

$$\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)^{\max}(t) = \max_{z \in \mathcal{Z}} \left( \frac{\max_r \delta\rho(r, z, t) - \min_r \delta\rho(r, z, t)}{\langle \rho(z, t) \rangle_r} \right)$$

où  $\delta\rho(r, z, t)$  est la perturbation eulérienne de densité définie par :

$$\delta\rho(r, z, t) = \rho(r, z, t) - \langle \rho(z, t) \rangle_r$$

Nous avons tracé sur la figure 3.8 l'allure de la perturbation de densité  $\delta\rho/\rho$  à différents instants autour du front d'ablation, pour la plaque de  $18\text{ }\mu\text{m}$ . Avant que la première onde de choc ne débouche sur la face arrière, deux zones de perturbations se distinguent clairement : une autour du front d'ablation et l'autre au niveau du front de choc. La détente réfléchi suite au débouché du choc sur la face arrière dilue la dernière zone et les perturbations dominantes sont celles au niveau de l'ablation qui vont s'amplifier par le mécanisme de Rayleigh-Taylor.

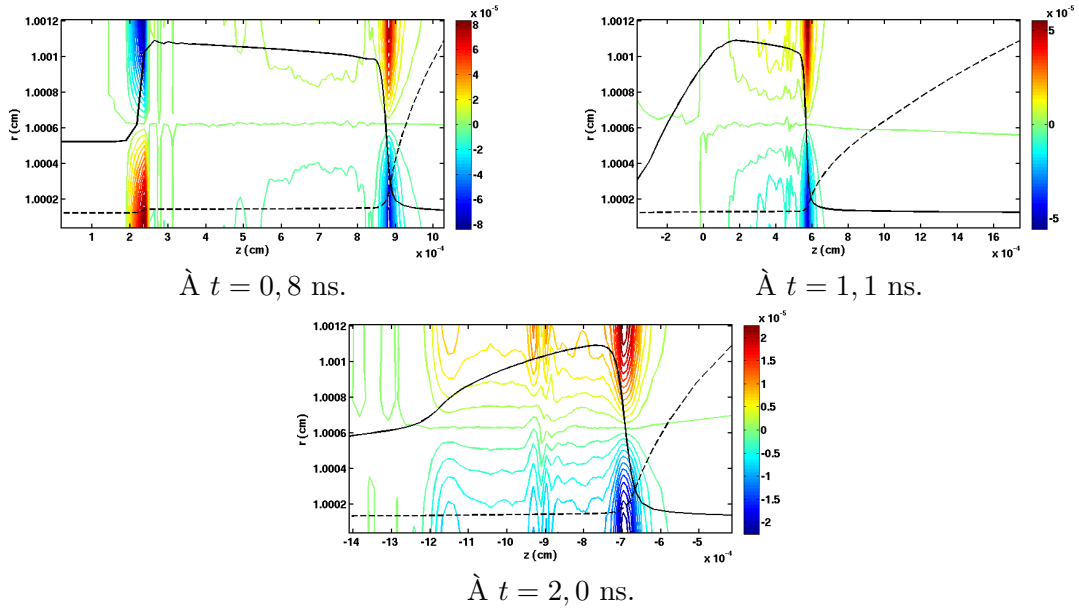


FIGURE 3.8 – Cartographies de la perturbation de densité aux différents instants mentionnés, pour un mode d'initialisation  $k = 0,25\text{ }\mu\text{m}^{-1}$  sur une plaque de 18 microns.

On définit également le taux de croissance  $\gamma$  comme la dérivée logarithmique de l'amplitude des perturbations :

$$\gamma = \frac{d}{dt} \ln \left( \frac{\delta\rho}{\rho} \right)^{\max}$$

Cette définition suppose une croissance à caractère exponentiel de l'amplitude de la perturbation qui n'est pas toujours évidente. C'est le cas lorsque l'on traite le développement de l'instabilité en régime stationnaire. Les coefficients de l'équation différentielle qui régit l'évolution des perturbations sont alors constants en temps et la solution se décompose sur une base exponentielle. Dans notre cas, cette initialisation induit, au moins durant les 2 premières nanosecondes un écoulement fortement dépendant du temps (voir par exemple les figures 3.3 ou 3.5). Cependant, en considérant que l'écoulement varie lentement par rapport au temps caractéristique de développement de l'instabilité, on peut considérer un taux de croissance dépendant du temps,  $\gamma(t)$ , dont la validité est d'autant plus acceptable que ses variations temporelles sont lentes.

Les premiers calculs ont été réalisés avec une amplitude de  $10 \text{ \AA}$ . La mesure du taux de croissance au cours du temps montre un comportement dynamique clairement différent selon la valeur du nombre d'onde d'initialisation des perturbations  $k$ . Cette différence, visible sur la figure 3.9 est d'autant plus marquée aux temps longs. Or, à ces instants, l'écoulement est stationnaire. Un changement de comportement de l'instabilité suggère donc une transition du régime linéaire au régime non linéaire. Nous avons alors testé une amplitude initiale de perturbation plus faible, à  $1 \text{ \AA}$ . On peut voir sur la figure 3.9 que la décroissance temporelle aux temps longs n'est pas restituée quand l'amplitude est faible. Cela semble confirmer que l'instabilité transite plus tôt vers un régime non linéaire avec une amplitude initiale de  $10 \text{ \AA}$ .

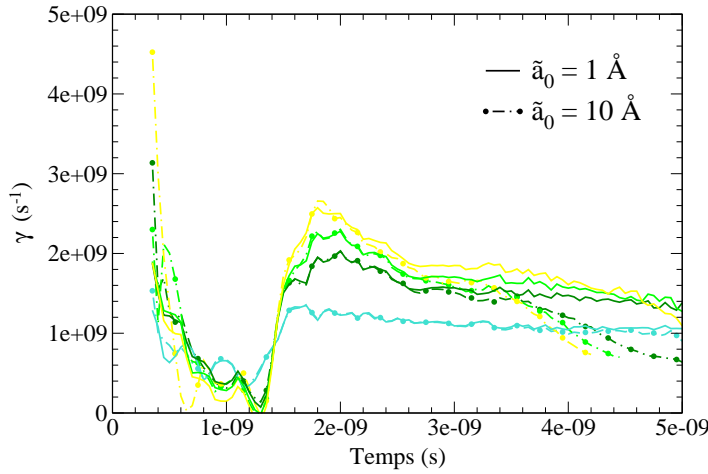


FIGURE 3.9 – Évolution des taux de croissance avec une amplitude d'initialisation de  $1 \text{ \AA}$  (lignes continues) et de  $10 \text{ \AA}$  (courbes en pointillés avec cercles), pour une plaque de  $18 \text{ }\mu\text{m}$ , pour les modes  $k = 0.25 \text{ }\mu\text{m}^{-1}$  (en bleu clair),  $k = 0.50 \text{ }\mu\text{m}^{-1}$  (en vert foncé),  $k = 0.63 \text{ }\mu\text{m}^{-1}$  (en vert clair) et  $k = 0.79 \text{ }\mu\text{m}^{-1}$  (en jaune).

Pour confirmer cette hypothèse, nous nous intéressons maintenant aux comportements des différentes harmoniques du mode fondamental. Pour cela, nous considérons la transformée de Fourier de la perturbation. En effet une transition entre régime linéaire et non linéaire se traduit par une augmentation significative des harmoniques du mode fondamental. Ainsi comme on peut le voir sur la figure 3.10, l'évolution du spectre de Fourier du profil de la perturbation ( $\delta\rho/\rho(r, z_a)$ ) montre, dans le cas de l'initialisation avec une amplitude de  $10 \text{ \AA}$ , que l'amplitude relative des harmoniques (2 et 3 en l'occurrence) est plus élevée que dans le cas initialisé avec une amplitude de  $1 \text{ \AA}$ , et n'est plus perturbative devant l'amplitude du mode fondamental.

### 3.2.2 Taux de croissance de l'IRT en régime linéaire

Nous présentons l'évolution temporelle des amplitudes des perturbations et des taux de croissance sur la figure 3.11, pour les plaques de  $9 \text{ }\mu\text{m}$  et de  $18 \text{ }\mu\text{m}$ . On retrouve sur

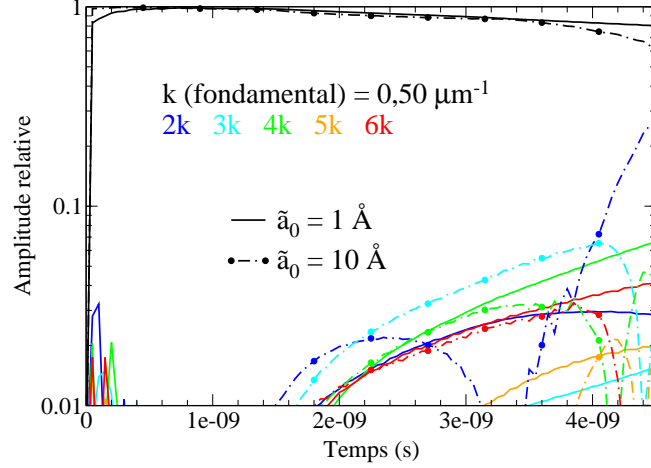


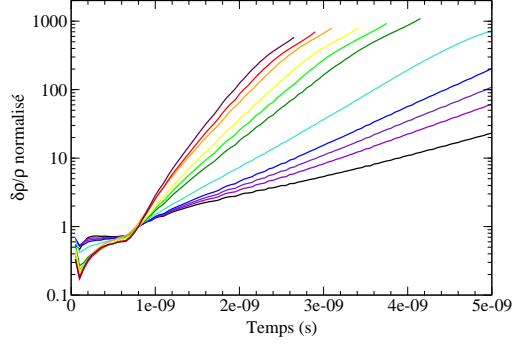
FIGURE 3.10 – Amplitude relative de quelques modes de Fourier de la perturbation au niveau du front d'ablation avec une amplitude d'initialisation de  $1 \text{ \AA}$  (lignes continues) et de  $10 \text{ \AA}$  (courbes en pointillés avec cercles), pour le mode d'initialisation  $k = 0,5 \mu\text{m}^{-1}$ .

l'allure des courbes, les différents régimes rencontrés au cours du temps. Au début, les taux de croissance augmentent violemment au passage de l'onde de détente puis décroissent. On peut raisonnablement penser que l'hydrodynamique pilote l'instabilité.

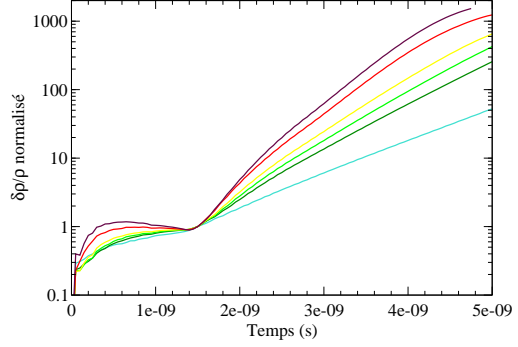
L'amplitude des perturbations croît ensuite de manière exponentielle et le taux de croissance est stable dans le deuxième domaine dont la durée dépend du mode d'initialisation et de la plaque considérée. Les nombres d'onde initialisés sont faibles et leur taux de croissance varie par conséquent comme  $\sim \sqrt{kg}$  avec une accélération plus importante pour la plaque de  $9 \mu\text{m}$  que pour celle de  $18 \mu\text{m}$ . Ainsi, plus la longueur d'onde et la longueur de la plaque diminuent, plus les taux de croissance sont importants. Pour les  $k$  les plus élevés, on observe à nouveau la chute du taux de croissance mais de manière tardive. Cette décroissance étant la signature de la transition au régime non linéaire. Plus précisément, on constate aussi que pour la plaque de  $9 \mu\text{m}$ , l'instabilité croît beaucoup plus rapidement. Ceci est dû essentiellement au fait que l'accélération est plus élevée. La conséquence est une transition vers le régime non linéaire encore plus tôt et ce malgré l'amplitude d'initialisation faible de  $1 \text{ \AA}$ .

La figure 3.12 représente les relations de dispersion associées aux courbes précédentes pour la plaque de  $9 \mu\text{m}$  et de  $18 \mu\text{m}$ . Avec la plaque de  $9 \mu\text{m}$ , l'accélération est plus élevée et la vitesse d'ablation sensiblement identique (voir le tableau 3.1). On s'attend donc à des relations de dispersion plus élevées à un instant donné. Mais le comportement des modes les plus importants pour la plaque de  $9 \mu\text{m}$  transite trop tôt vers le régime non linéaire pour pouvoir comparer à la plaque  $18 \mu\text{m}$ . On voit bien la chute des taux de croissance au cours du temps sur les nombres d'onde de plus en plus faibles à mesure que leur croissance transite vers un régime non linéaire. Nous allons comparer ces relations de dispersion à celles prédites par le modèle de Goncharov-Betti [8, 34, 9].

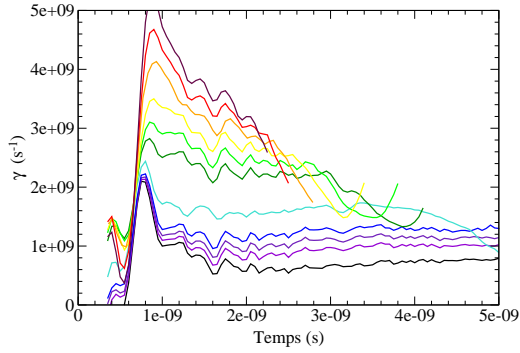
### 3.2 Comportement de l'IRT sans champ magnétique



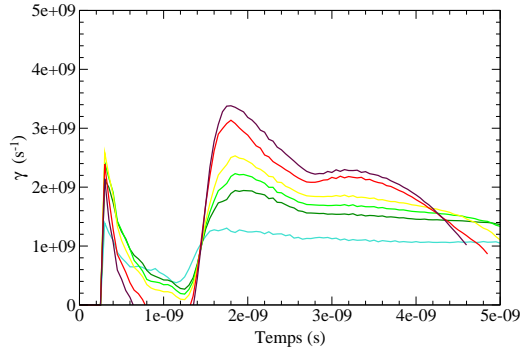
$\delta\rho(t)/\rho$  normalisé à sa valeur à  $t = 0,8$  ns pour la plaque de  $9 \mu\text{m}$ .



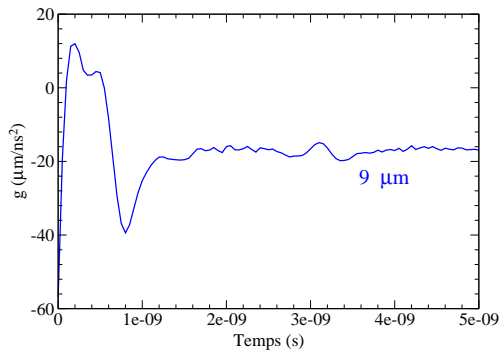
$\delta\rho(t)/\rho$  normalisé à sa valeur à  $t = 1,5$  ns pour la plaque de  $18 \mu\text{m}$ .



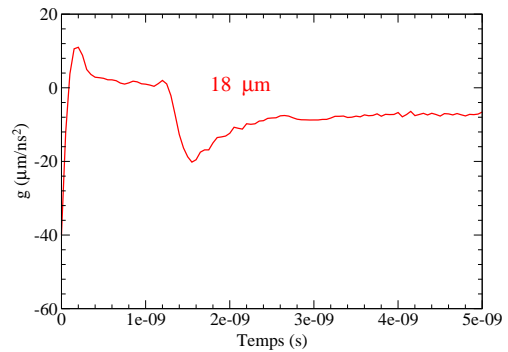
$\gamma(t)$  pour la plaque de  $9 \mu\text{m}$ .



$\gamma(t)$  pour la plaque de  $18 \mu\text{m}$ .



$g(t)$  pour la plaque de  $9 \mu\text{m}$ .



$g(t)$  pour la plaque de  $18 \mu\text{m}$ .

FIGURE 3.11 – Évolution temporelle de l'amplitude des perturbations normalisée à sa valeur à l'accélération ( $t_{\text{acc}}$ ) et taux de croissance associés pour différents modes  $k$ , du noir au rouge foncé : 0,063 ; 0,10 ; 0,13 ; 0,16 ; 0,25 ; 0,50 ; 0,63 ; 0,79 ; 1,0 ; 1,3 et  $1,6 \mu\text{m}^{-1}$ . On a reporté également l'accélération du front d'ablation pour chaque plaque.

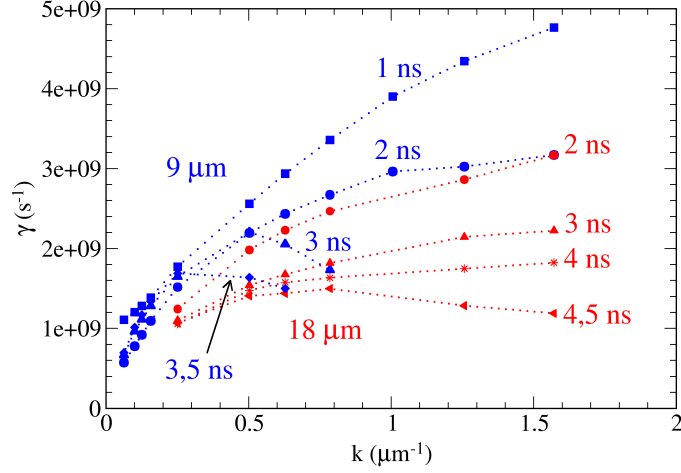


FIGURE 3.12 – Relations de dispersion à différents instants pour les plaques de 9  $\mu\text{m}$  et de 18  $\mu\text{m}$ .

### 3.2.3 Comparaison au modèle de Goncharov-Betti

Le modèle de Goncharov-Betti permet d'accéder à la relation de dispersion de l'IRT ablative. Nous avons exposé son expression (1.100) dans la section 1.3.4 :

$$\gamma^{\text{GB}} = \sqrt{\tilde{A}_T k g + \delta^2 k^4 L_0^2 v_a^2 + \left( \omega^2 - \frac{1}{\xi_l} \right) k^2 v_a^2 - \delta k^2 L_0 v_a - \tilde{\beta} k v_a}$$

où toutes les constantes autres que  $v_a$ ,  $L_0$  et  $g$  peuvent s'exprimer en fonction du paramètre  $\nu$ , l'exposant dans l'expression de la conductivité thermique :

$$\kappa = \kappa_a \left( \frac{T}{T_a} \right)^\nu$$

Pour trouver des valeurs représentatives de  $\nu$ ,  $v_a$ ,  $L_0$  et  $g$  qui proviennent du modèle de conduction diffusive mono groupe, Betti et Goncharov ont proposé une procédure basée sur des résultats de simulations 1D multigroupes. C'est celle que nous avons effectuée sur des simulations non perturbées pour obtenir les relations de dispersion associées à leur modèle.

La procédure s'applique sur la partie des profils 1D comprise entre le maximum de densité et la fin de la détente. Elle consiste à trouver les meilleures approximations analytiques (issues du modèle) de cette partie des profils de densité et de pression issus des simulations hydrodynamiques mono-dimensionnelles. À chaque temps,  $\nu$  et  $L_0$  sont ajustés sur le profil numérique (indice « n ») de la densité normalisée à sa valeur maximale  $\xi_n = \rho_n / \rho_{\text{max}}$ .  $v_a$  et  $Fr$  sont ensuite déduits de celui de la pression normalisée à sa valeur,  $p_a$ , à la position du maximum de  $\rho_n$  :  $\Pi_n = p_n / p_a$ .

Considérons le cas du profil numérique  $\xi_n$  de densité normalisée (voir la figure 3.13). La zone d'intérêt est celle autour de l'ablation et il est inutile voire néfaste d'essayer d'ajuster une partie trop importante de la détente par le profil théorique. On se restreint donc à un

intervalle en  $z : [z_{\min}, z_{\max}]$  qui correspond à un intervalle en  $\xi : [\xi_{\max}, \xi_{\min}]$  dans lequel on s'efforce d'inclure la zone d'intérêt, avec  $\xi_{\max} = \xi_n(z_{\min})$  et  $\xi_{\min} = \xi_n(z_{\max})$ . Ainsi, on prend en général  $\xi_{\max} \sim 0,99$  et  $\xi_{\min} \sim 0,01$ . L'ajustement se fait en variant les bornes de l'intervalle  $[\xi_{\max}, \xi_{\min}]$  (selon les points du profil numérique ou de son interpolation).

En effet, un développement analytique de la minimisation de l'erreur quadratique intégrée conduit [9] à l'expression des variables  $L_0$  et  $\nu$ ,  $v_a$  et  $g$  en fonction des bornes  $\xi_{\max}$  et  $\xi_{\min}$  choisies :

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{c_1 a_1 - c_2 b_1}{a_1^2 - a_2 b_1} - 1 & L_0 &= \exp \left( \frac{a_2 c_1 - a_1 c_2}{a_1^2 - a_2 b_1} \right) \\ Fr &= \frac{a_3 b_4 + b_3^2}{b_3 c_3 + a_3 c_4} \frac{1}{L_0} & v_a &= \sqrt{\frac{p_a}{\rho_{\max}} \frac{a_3 b_4 + b_3^2}{c_3 b_4 - c_4 b_3}} \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned} a_1 &= [\xi (\ln \xi - 1)]_{\xi_{\min}}^{\xi_{\max}} & a_2 &= [\xi (\ln \xi - 1)^2 + \xi]_{\xi_{\min}}^{\xi_{\max}} & a_3 &= \int_{z(\xi_{\min})}^{z(\xi_{\max})} \left( \frac{d\Pi_n}{dz} \right)^2 dz \\ b_1 &= [\xi]_{\xi_{\min}}^{\xi_{\max}} & b_3 &= - \int_{z(\xi_{\min})}^{z(\xi_{\max})} \xi_n \frac{d\Pi_n}{dz} dz & b_4 &= - \int_{z(\xi_{\min})}^{z(\xi_{\max})} \xi_n^2 dz \\ c_1 &= \int_{z(\xi_{\min})}^{z(\xi_{\max})} \ln \left[ -\frac{d\xi_n}{dz} \frac{1}{1 - \xi_n} \right] \frac{d\xi_n}{dz} dz & c_2 &= \int_{z(\xi_{\min})}^{z(\xi_{\max})} \ln \xi_n \ln \left[ -\frac{d\xi_n}{dz} \frac{1}{1 - \xi_n} \right] \frac{d\xi_n}{dz} dz \\ c_3 &= \int_{z(\xi_{\min})}^{z(\xi_{\max})} \frac{1}{\xi_n^2} \frac{d\Pi_n}{dz} dz & c_4 &= \ln \frac{\xi_{\max}}{\xi_{\min}} \end{aligned}$$

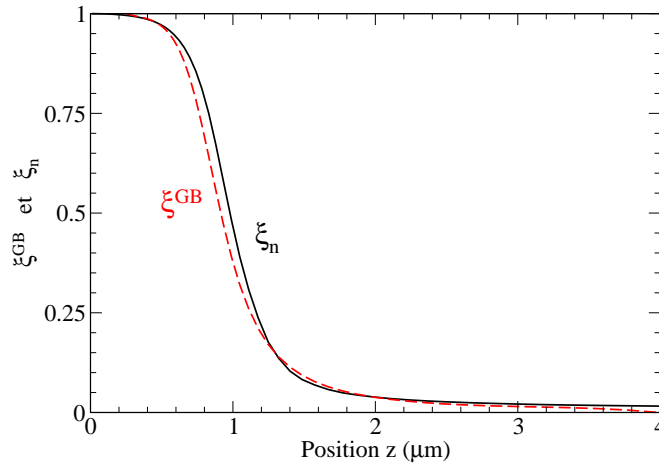


FIGURE 3.13 – Profil numérique (en noir) et son ajustement (pointillés rouges) par la procédure de Goncharov-Betti, ici pour la plaque de  $18 \mu\text{m}$ , à  $t = 2,5 \text{ ns}$ .

L'accélération se déduit ensuite à l'aide de la relation :

$$g = \frac{v_a^2}{L_0 Fr}$$



D'autre part, le modèle de Goncharov-Betti donne la relation :

$$\frac{d\xi}{dz} = -\frac{1}{L_0} \xi^{\nu+1} (1 - \xi)$$

et son intégrale sur  $[z_{\min}, z]$  donne :

$$z = z_{\min} - L_0 \int_{\xi(z_{\min})}^{\xi(z)} \frac{d\xi'}{(1 - \xi') \xi'^{\nu+1}}$$

En fixant  $\xi(z_{\min}) = \xi_n(z_{\min})$ , on peut calculer l'intégrale sur  $\xi'$  pour chaque borne  $\xi$  et donc  $z$  en fonction de  $\xi$ . Il suffit d'inverser la relation pour obtenir le fit  $\xi(z)$  sur  $z \in [z_{\min}; z_{\max}]$ . Mais cette procédure ne peut se faire qu'en connaissant  $L_0$  et  $\nu$  qui sont dépendants des bornes  $\xi_{\max}$  et  $\xi_{\min}$  choisies.

Parmi toutes les bornes testées autour de 0,99 et 0,01, on conserve alors le  $\xi_{\max}$  et le  $\xi_{\min}$  qui fournissent les coefficients  $L_0$  et  $\nu$  qui permettent d'avoir une relation ajustée  $\xi = f(z)$  la plus proche du profil numérique  $\xi_n(z)$  et nous en avons également déduit  $v_a$  et  $g$ . Nous avons gardé le même  $\xi_{n,\max}$  mais nous avons testé chaque fois de nombreux points pour  $\xi_{n,\min}$ .

Nous représentons dans le tableau 3.3 les variables moyennées en temps obtenues à l'issue de cette procédure. L'allure du fit obtenu est représenté sur la figure 3.13

$l$	$\nu$	$L_0$ ( $\mu\text{m}$ )	$Fr$	$v_a$ ( $\mu\text{m/ns}$ )	$g$ ( $\mu\text{m/ns}^2$ )
9 microns	0,64	1,1	0,03	0,25	17
18 microns	0,54	1,3	0,05	0,24	7,8

TABLE 3.3 – Variables de l'écoulement obtenues avec la procédure de Betti-Goncharov à partir de nos simulations sans perturbation. De la même manière qu'à la section 3.1.3, ces valeurs sont moyennées sur l'intervalle de temps compris entre 2,5 et 4,5 ns et entre 2 et 4,5 ns pour les plaques de 18 microns et 9 microns respectivement.

Les vitesses d'ablation et les accélérations sont en accord avec celles obtenues en 3.1.3 mais les valeurs de  $L_0$  diffèrent de deux ordres de grandeur et par conséquent le nombre de Froude aussi. Nous avons tout de même tracé les taux de croissance théoriques au cours du temps qui découlent de la procédure de Goncharov-Betti, à l'aide de l'équation (1.100) en les comparant aux taux de croissance obtenus en mesurant directement l'amplitude  $\delta\rho/\rho$  au cours du temps (comme sur la figure 3.11). La comparaison est représentée sur la figure 3.14. On voit d'une part qu'ils ont tendance à légèrement surestimer les taux de croissance mesurés. Ces écarts se retrouvent naturellement dans la comparaison entre les relations de dispersion mesurées et celles calculées à partir du modèle de Goncharov-Betti (également sur la figure 3.14). Nous n'avons pas réussi à simuler des configurations de nombre d'onde plus élevés que ceux de la figure à cause des distorsions des mailles malgré les nombreux tests pour optimiser les calculs. Malheureusement, nous n'avons accès qu'au début de la relation de dispersion prohibant l'évaluation complète du taux de croissance. Le maillage aurait pu être plus robuste par l'utilisation de méthodes de remaillage ALE mais nous avons fait le choix de ne pas les utiliser *au front d'ablation* car les résultats auraient pu être dépendants des modèles employés dans l'ALE.

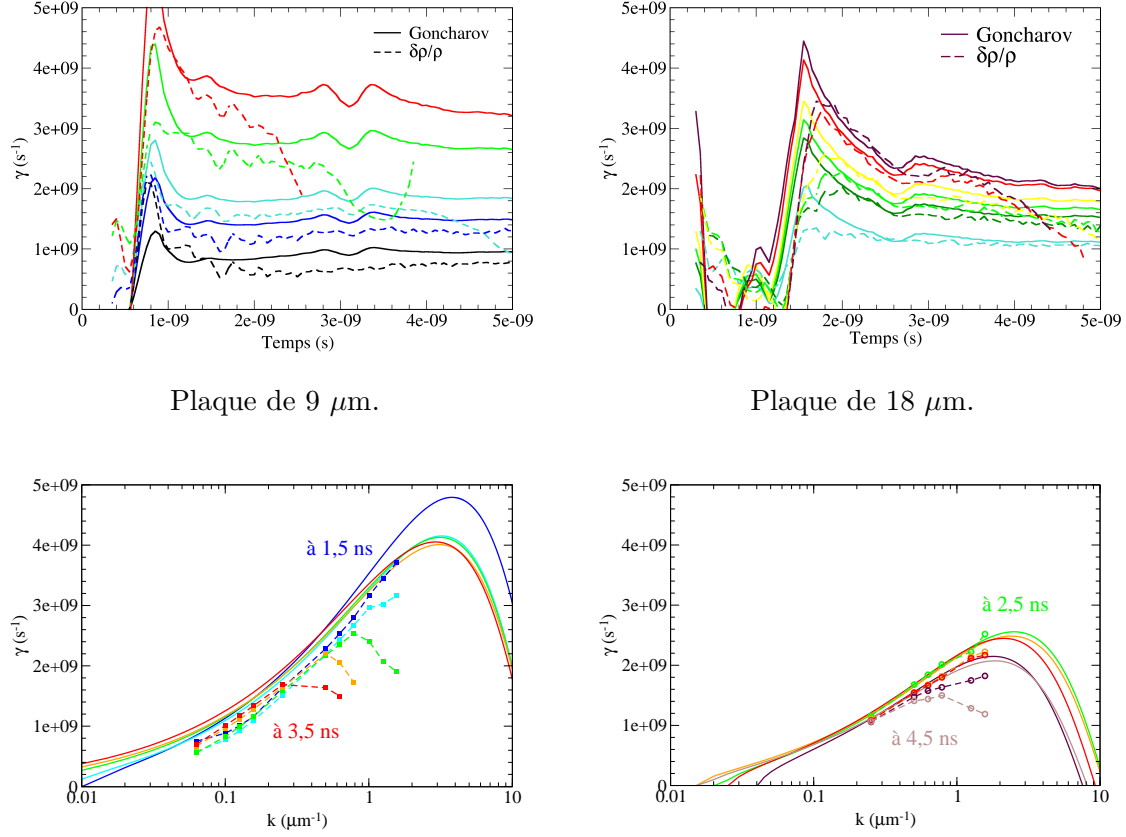


FIGURE 3.14 – En haut : comparaison des taux de croissance au cours du temps (Goncharov-Betti (lignes continues) et simulations mono mode) pour plusieurs  $k$  : 0,063  $\mu\text{m}^{-1}$  en noir, 0,16  $\mu\text{m}^{-1}$  en bleu foncé, 0,25  $\mu\text{m}^{-1}$  en bleu clair, 0,50  $\mu\text{m}^{-1}$  en vert foncé, 0,63  $\mu\text{m}^{-1}$  en vert clair, 0,79  $\mu\text{m}^{-1}$  en jaune, 1,3  $\mu\text{m}^{-1}$  en rouge et 1,6  $\mu\text{m}^{-1}$  en rouge foncé. En bas : comparaison des relations de dispersion aux instants : 1,5 ns, 2,0 ns, 2,5 ns, 3,0 ns, 3,5 ns, 4,0 ns et 4,5 ns, du bleu au marron.

D'autre part, étant déterminés à partir de l'écoulement non perturbé, ils permettent de se rendre compte une fois de plus de l'évolution non linéaire des taux de croissances mesurés pour les  $k$  et les temps les plus élevés. En effet, ces taux de croissances théoriques ne présentent aucune baisse significative au cours du temps, quelque soit le mode, contrairement aux taux de croissances mesurés dans nos simulations d'écoulements perturbés, aux plus grand nombres d'onde testés.

### 3.3 L'IRT en présence de champs magnétiques auto-générés

#### 3.3.1 Processus de génération

Comme nous l'avons exposé en 1.1.2 par l'équation (1.43), des gradients croisés de température et de densité génèrent un champ magnétique :

$$\partial_t \mathbf{B} \sim -\frac{k_B}{en_e} \nabla n_e \times \nabla T_e$$

Au niveau du front d'ablation, il existe un gradient de température important. D'autre part, les perturbations de densité introduites créent un gradient de densité qui n'est pas colinéaire au gradient de température. Cette situation rend donc possible l'auto-génération de champ magnétique (voir la figure 3.15) et le champ créé est perpendiculaire au plan des simulations, selon la direction portée par  $\mathbf{e}_\phi$ .

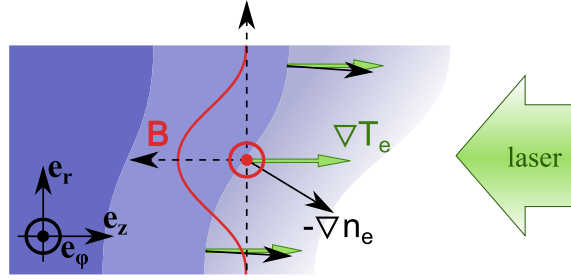


FIGURE 3.15 – Schématisation de la configuration de la plaque perturbée où est généré un champ magnétique perpendiculaire au plan de la figure.

Le gradient de densité qui importe est celui associé au caractère 2D des perturbations, c'est-à-dire celui dans la direction transverse au gradient de température et non la composante du gradient dirigée le long de la plaque. En effet, sans perturbation la détente du plasma constitue un gradient de densité, mais il reste parallèle à celui de la température et aucun champ n'est créé de la sorte. Le phénomène relie donc le taux de génération de champ à l'amplitude  $\delta\rho_k$  des perturbations de mode  $k$  du profil de densité. En considérant la perturbation comme sinusoïdale avec la répartition spatiale suivante :

$$-\delta\rho_k(t)e^{-k|z-z_a|}\cos(kr)$$

pour être cohérent avec l'aspect des perturbations sur la figure 3.8, le taux de génération de champ, selon  $\mathbf{e}_\phi$ , est donné par :

$$\partial_t B \propto +\frac{k_B}{e} \frac{\delta\rho_k}{\rho}(t)e^{-k|z-z_a|}k\sin(kr)\partial_z T_e|_z \quad (3.7)$$

On voit bien que plus l'amplitude des perturbations augmente, plus l'amplitude du champ auto-généré augmente. Le mécanisme qui va faire s'amplifier l'amplitude des perturbations et donc l'amplitude du champ généré est bien entendu l'IRT. On pourrait donc s'attendre à l'apparition d'un champ perpendiculaire à  $\mathbf{e}_r$  et  $\mathbf{e}_z$  qui augmente à mesure que l'instabilité se développe jusqu'à potentiellement rétro-agir sur la croissance des perturbations qui lui donnent naissance. Mais cela ne prend en compte ni la diffusion du champ ni son advection.

Pour s'en rendre compte, nous avons tracé sur la figure 3.16 les cartographies du champ magnétique avec transport, autour de la zone d'ablation, obtenues à différents instants pour la plaque de  $9 \mu\text{m}$ . Compte tenu de la géométrie (voir la cartographie des perturbations de densité sur la première ligne), le terme en  $-\nabla n_e \times \nabla T_e$ , source du champ, est positif, c'est-à-dire selon  $\mathbf{e}_\phi$ . C'est bien ce que l'on observe sur la troisième ligne de la figure 3.16, avec un maximum de génération théorique au niveau du front d'ablation. Mais les valeurs de champ magnétique les plus importantes sur les cartographies (deuxième ligne de la figure 3.16) sont négatives. On désigne dans la suite par  $B_{\min}$  cette valeur de champ la plus faible en valeur algébrique. On remarque qu'elle n'est pas localisée au pied de l'onde thermique mais quelques microns plus loin dans la détente : elle ne coïncide pas avec le maximum du taux d'auto-génération de champ magnétique. On peut penser que la convection du champ est responsable de son transport loin de son point de génération étant donné les vitesses d'ablation élevées. En traçant le nombre de Reynolds magnétique au front d'ablation, au cours du temps, on s'aperçoit que la convection joue en fait un rôle beaucoup moins important que la diffusion du champ. On a représenté sur la figure 3.17 les nombres de Reynolds magnétiques  $R_m$  (ici  $\rho$  désigne la résistivité) définis en (1.44) :

$$R_m = \frac{\mu_0 U L}{\rho} \sim U L_{\min} T_e^{3/2}$$

pour les deux plaques de CH et différents nombres d'onde simulés. Il augmente au cours du temps mais reste très faible et ne dépend pas du nombre d'onde des perturbations (sauf lorsque le régime devient non-linéaire). Toutefois cela n'explique pas la valeur négative du champ. En effet, la convection et la diffusion du champ ne font qu'abaisser la valeurs du champ et ne peuvent pas être responsables si simplement d'un changement de signe. Cette particularité est à chercher, selon nous, dans les termes de modification du champ par l'effet Hall.

Sur la figure 3.18, on a rapporté l'évolution des valeurs extrémales,  $-B_{\min}$  et  $B_{\max}$  du champ magnétique, issues des simulations avec auto-génération de champ magnétique, en fonction du temps pour différentes longueurs d'ondes d'initialisation (où l'on a gardé  $\tilde{a}_0 = 1 \text{ \AA}$ ). Comme nous l'avons déjà mentionné, le minimum n'est pas localisé au front d'ablation et pour trouver les extrémums du champ, nous avons considéré un domaine compris entre la position d'ablation moins une longueur de gradient et le maximum du profil de température, afin d'englober la zone de conduction. On voit que  $|B_{\min}|$  augmente au cours du temps au début des simulations. Il baisse légèrement ensuite après  $\sim 1 \text{ ns}$ , lorsque l'accélération commence, en se stabilisant d'autant plus tôt que  $k$  est élevé. Ainsi après  $3 \text{ ns}$ , l'amplitude  $B_{\min}$  issue de la simulation initialisée avec  $k = 0,25 \mu\text{m}^{-1}$  est encore en légère décroissance. Parallèlement, un champ positif,  $B_{\max}$ , augmente vers  $1 \text{ ns}$ . Nous associons ces champs positifs, qui sont générés au niveau de l'ablation aux champs auto-générés susceptibles de rétroagir sur l'IRT ablatif. Ces champs sont d'autant plus importants que le nombre d'onde est élevé comme le montre l'équation (3.7). Il existe naturellement une dépendance en  $k$  dans l'amplitude  $(\delta\rho_k/\rho)(t)$  puisque, déjà sans champ, l'IRT au front d'ablation présente un taux de croissance fonction de la longueur d'onde de la perturbation. Mais il y a en plus le terme  $k$  qui traduit simplement qu'à amplitude donnée, les perturbations de plus courtes longueurs d'onde présentent des gradients (selon  $r$ ) plus prononcés.

Les valeurs de champ restent assez faibles. Les pressions importantes de l'ordre de quelques  $10^{11} \text{ Pa}$ , donnent des valeurs de paramètre  $\beta$ , rapport des pressions cinétique

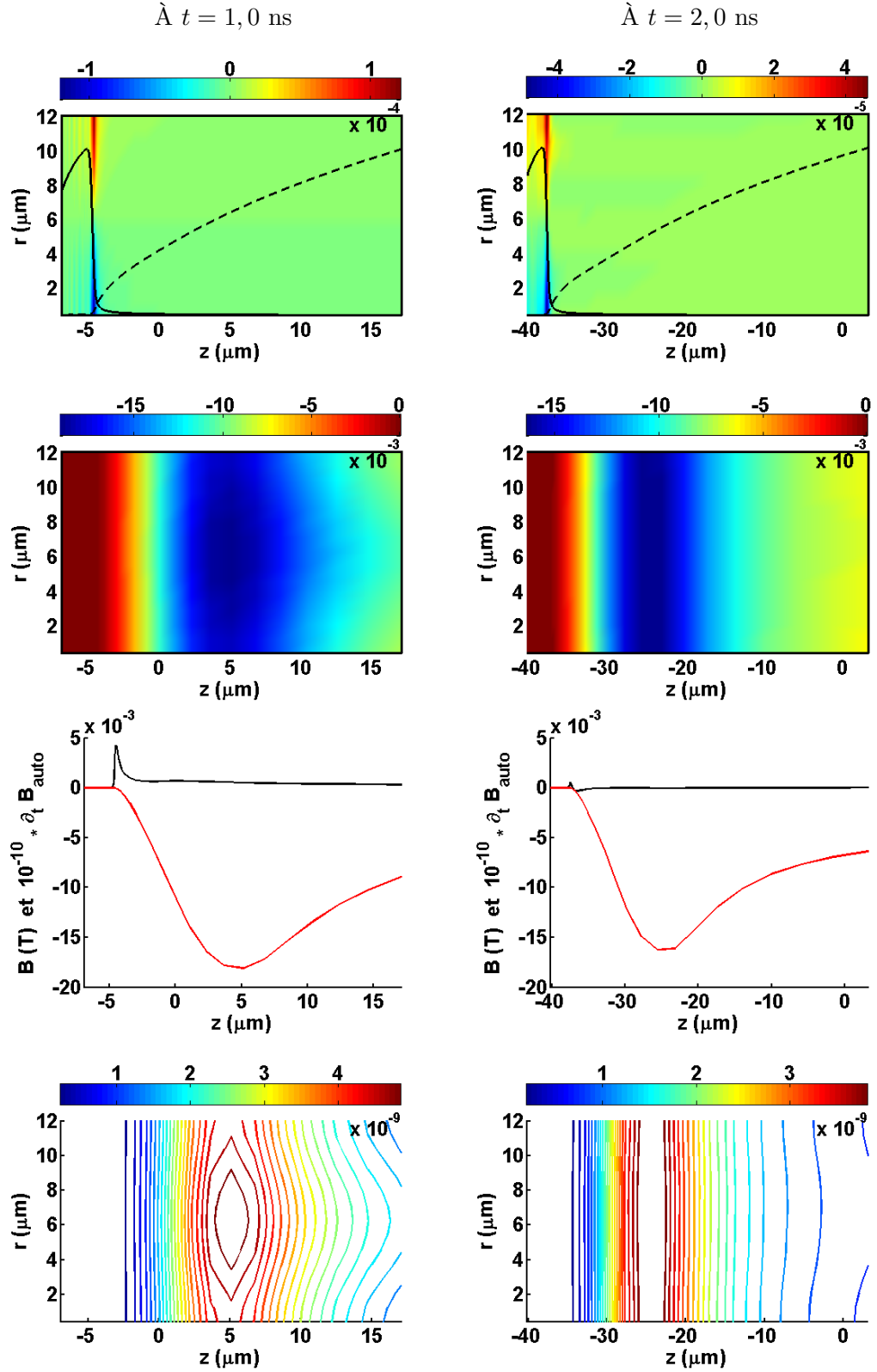


FIGURE 3.16 – De haut en bas : cartographies des perturbations de densité (sans unité), du champ magnétique (T), des profils spatiaux en  $r = \lambda/4$  du champ magnétique (en rouge) et du taux de génération  $-\frac{k_B}{ep} \partial_r \rho \partial_z T_e$  (en noir), et enfin de  $\beta$  à différents instants, pour la plaque de  $9 \mu\text{m}$  et un nombre d'onde de perturbation  $k = 0,25 \mu\text{m}^{-1}$ .

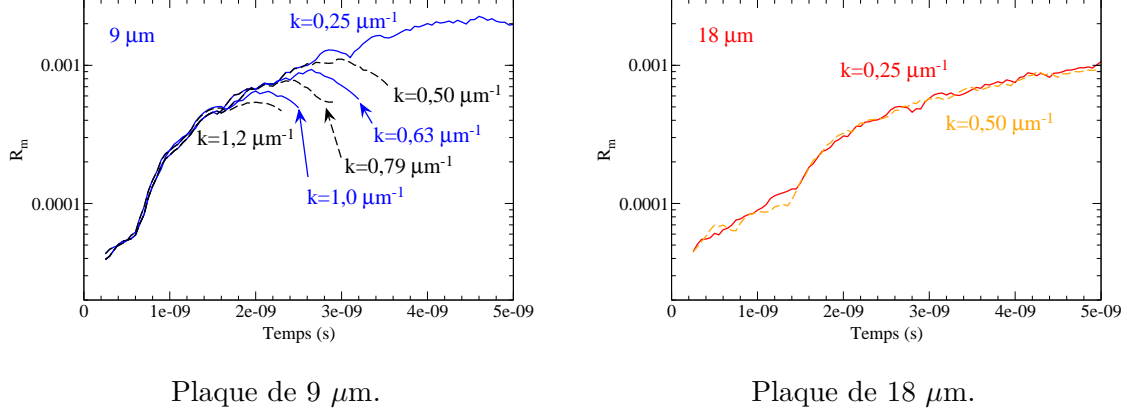


FIGURE 3.17 – Évolution temporelle du nombre de Reynolds pour la plaque de 9  $\mu\text{m}$  et de 18  $\mu\text{m}$  et différentes longueurs d'onde.

sur magnétique ( $P_m$ ), très élevées (voir la partie droite sur la figure 3.16 où nous avons tracé l'inverse du paramètre  $\beta$ , plus facilement repérable comme un maximum) pour cette simulation :

$$\beta = \frac{p}{P_m} = \frac{2\mu_0 p}{B^2} > \sim 10^9$$

Le champ généré ne va donc pas influencer l'écoulement de base. Nous allons maintenant étudier son influence sur le comportement de l'instabilité qu'il peut modifier via le flux de chaleur.

### 3.3.2 L'influence du champ sur l'instabilité

Nous avons en effet exposé dans la section 1.1.2-b), la façon selon laquelle le champ magnétique agit sur le flux de chaleur, selon Braginskii. Il le réoriente et modifie les composantes. Or, le flux de chaleur électronique agit sur le comportement de l'instabilité de Rayleigh-Taylor au front d'ablation. Ce dernier est à l'origine de la coupure dans le spectre des modes instables et donc les modifications du flux de chaleur électronique par le champ magnétique auto-généré peuvent se répercuter sur les taux de croissance.

Ces modifications sont pilotées par le paramètre de Hall électronique, introduit par l'équation (1.28), rapport entre la pulsation cyclotronique électronique  $\omega_{ce}$  et la fréquence de collision électrons-ion  $\nu_{ei}$ . Sa dépendance en  $B$  est linéaire et la fréquence de collision introduit aussi une dépendance en  $T_e^{3/2}/\rho$  (en supposant  $Z_i n_i = n_e$ ).

Les cartographies sont présentées sur la figure 3.19 à différents instants. Elles montrent premièrement que le maximum n'est pas localisé au niveau de l'amplitude maximale ( $B_{\min}$ ) du champ mais au niveau du maximum de température. D'autre part, elles mettent en évidence les valeurs faibles du paramètre. La dernière cartographie montre notamment la différence (de près de 4 ordres de grandeur) qu'il peut y avoir sur  $\chi_e$  à l'ablation et au maximum de température.

Dans notre géométrie, il n'y aura pas de composante du flux de chaleur selon la direction du champ (voir la section 1.1.2-b)) car les champs auto-générés sont perpendiculaires

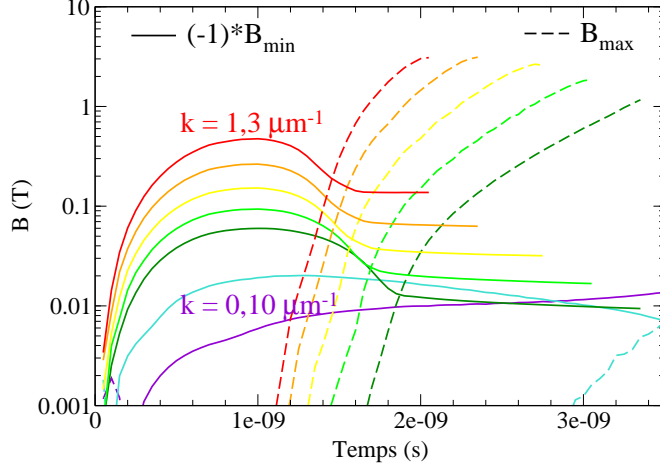


FIGURE 3.18 – Évolution temporelle de (l'opposé de) l'amplitude minimale  $B_{\min}$  et maximale du champ,  $B_{\max}$ , relevée, pour différents nombres d'onde de perturbation, pour la plaque de  $9 \mu\text{m}$ . Les déformations du maillage dans les simulations aux grands nombres d'onde les font s'arrêter de plus en plus tôt.

au gradient de température par définition. La composante selon le gradient de température, elle, est d'autant plus limitée que le paramètre de Hall,  $\chi_e$ , est élevée (voir la figure 1.2). Par ailleurs une composante transverse naît selon  $\mathbf{b} \times \nabla T_e$ , avec une amplitude d'autant plus élevée que  $\chi_e$  est proche de  $\sim 1$ .

La conductivité selon le gradient de température,  $\kappa_{\perp}$ , est égale à celle sans champ corrigée d'un facteur<sup>4</sup>  $\sim 1 + \chi_e^2$  pour les faibles  $\chi_e$ , comme l'indique les relations 1.36, que nous rappelons :

$$\kappa_{\perp} = \frac{n_e k_B T_e \tau_e}{m_e} (\gamma'_0 + \gamma'_1 \chi_e^2) / \Delta$$

avec  $\Delta = \delta_0 + \delta_1 \chi_e^2 + \chi_e^4$ . La composante croisée,  $\kappa_{\wedge}$ , en revanche, est égale à la conductivité le long du gradient de température multipliée par un facteur qui donne pour les faibles paramètres de Hall<sup>5</sup>  $\sim \chi_e$  :

$$\kappa_{\wedge} = \frac{n_e k_B T_e \tau_e}{m_e} \chi_e (\gamma''_0 + \gamma''_1 \chi_e^2) / \Delta$$

C'est donc elle qui peut modifier le plus le flux de chaleur pour les faibles  $\chi_e$ . Le paramètre de Hall semble rester toutefois trop faible pour pouvoir avoir une influence au niveau du front d'ablation.

### Taux de croissance

Nous n'avons atteint que des nombres d'onde de perturbations dont les taux de croissance sont inférieurs au maximum de la relation de dispersion que présente le modèle

4. En toute rigueur, il s'agit d'un facteur  $\frac{\gamma'_0}{\delta_0} \left( 1 + \left( \frac{\gamma'_1}{\gamma'_0} - \frac{\gamma'_1}{\gamma'_0} \right) \chi_e^2 \right)$ .

5. Il y a ici également un facteur pour être exact :  $\frac{\gamma'_0}{\delta_0}$ .

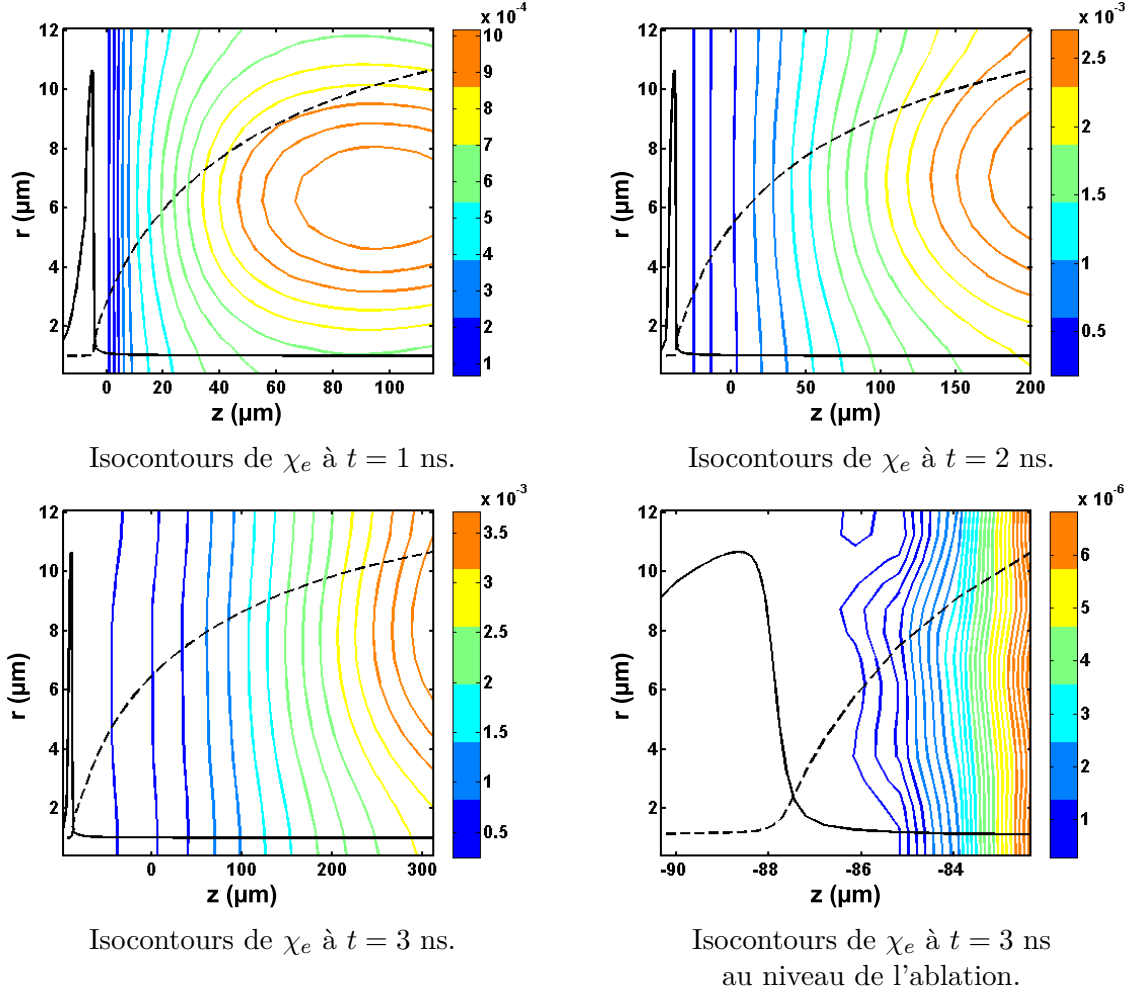
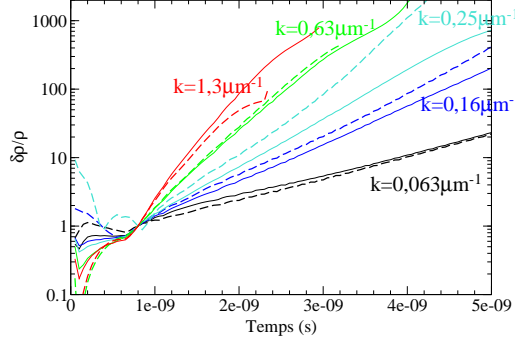


FIGURE 3.19 – Cartographies du paramètre de Hall aux différents instants indiqués, pour la plaque de  $9 \mu\text{m}$  et un nombre d'onde de perturbation  $k = 0,25 \mu\text{m}^{-1}$ . On a superposé les profils de température électronique (en pointillés noirs) et de la densité (ligne noire).

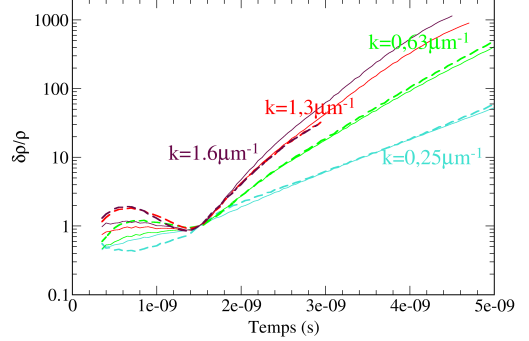
de Goncharov sans champ magnétique. L'évolution de l'amplitude des perturbations de densité et celle des taux de croissance obtenues avec l'auto-génération de champ magnétique sont présentées sur la figure 3.20. Malgré les faibles taux de croissance, il y a de nettes différences avec l'auto-génération de champ magnétique qui semblent jouer dans les premiers instants de croissance des perturbations, même avant l'accélération. Les taux de croissance montrent aussi des comportements antagonistes pour différents nombres d'onde en accentuant fortement la croissance du mode  $k = 0,25 \mu\text{m}^{-1}$  par exemple et diminuant celle des modes supérieurs à  $1 \mu\text{m}^{-1}$ .

Pour l'IRT en régime ablatif, cette partie de la relation de dispersion correspond à des modes qui suivent la relation de dispersion classique en  $\sim \sqrt{k g}$ , ceux qui sont le moins affectés par le mécanisme d'ablation. Il semble ainsi difficile d'observer des effets sur les croissances linéaires des perturbations pour de si faibles valeurs de  $\chi_e$  et d'y apporter une explication simple.

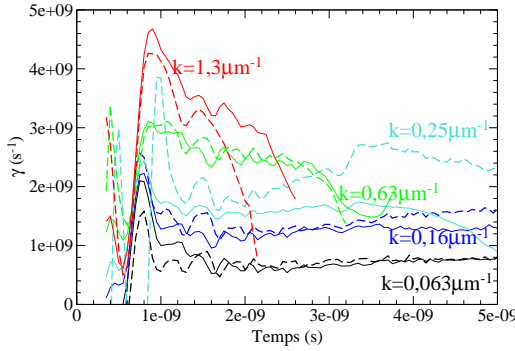




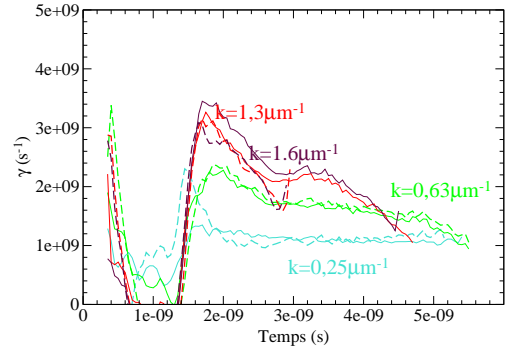
$\delta\rho(t)/\rho$  normalisé à sa valeur à  $t = 0,8$  ns pour la plaque de  $9 \mu\text{m}$ .



$\delta\rho(t)/\rho$  normalisé à sa valeur à  $t = 1,5$  ns pour la plaque de  $18 \mu\text{m}$ .



$\gamma(t)$  pour la plaque de  $9 \mu\text{m}$ .



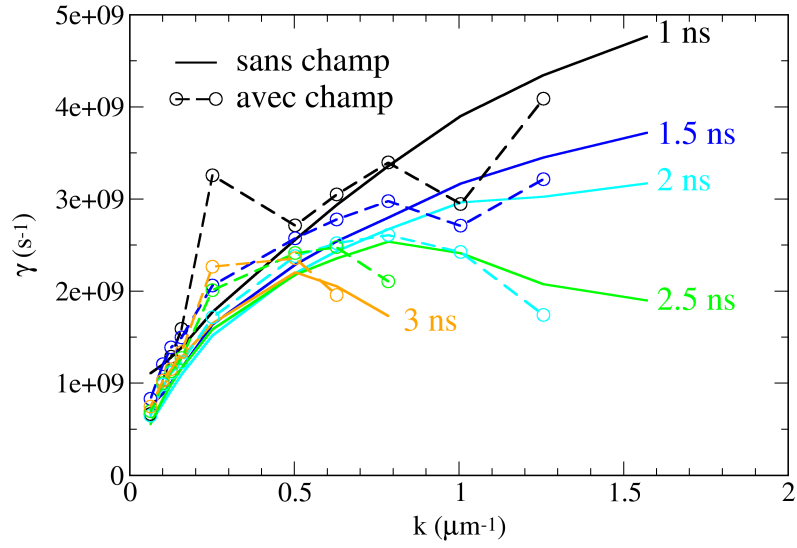
$\gamma(t)$  pour la plaque de  $18 \mu\text{m}$ .

FIGURE 3.20 – Comparaisons de l'évolution temporelle des perturbations avec (lignes en pointillés) et sans (lignes continues) champs magnétiques auto-générés. On a représenté ici les modes  $k$ , du noir au rouge foncé :  $0,063$  ;  $0,16$  ;  $0,25$  ;  $0,63$  ;  $1,3$  et  $1,6 \mu\text{m}^{-1}$ .

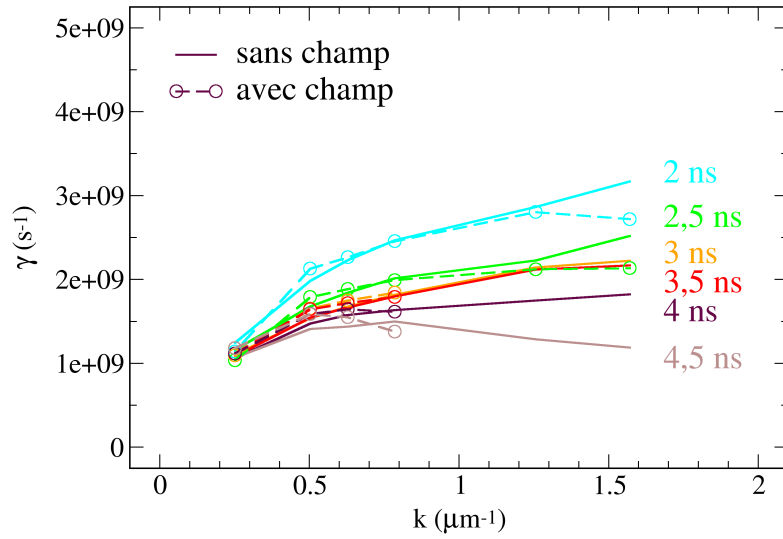
Les écarts rapportés sur la figure 3.21, prononcés aux temps longs et pour les  $k$  les plus importants, sont plutôt dus au développement non linéaire des modes. La transition d'un régime linéaire vers un régime non linéaire semble accentuée par la génération de champ magnétique et la modification du flux de chaleur, tant dans sa norme que dans l'anisotropie créée. Ce point a été suggéré par Nishiguchi *et al.*, dix ans plus tôt dans la référence [58].

L'analyse de Fourier des perturbations au cours du temps nous permet encore une fois de mettre en évidence la transition au régime non linéaire de l'instabilité et la signature des champs auto-générés sur cette transition. La décomposition en modes de Fourier, pour la plaque de  $18 \mu\text{m}$  est présentée sur la figure 3.22, pour des nombres d'onde fondamentaux  $k = 0,25 \mu\text{m}^{-1}$ ,  $k = 0,50 \mu\text{m}^{-1}$ ,  $k = 0,63 \mu\text{m}^{-1}$  et  $k = 0,79 \mu\text{m}^{-1}$ , avec et sans champ.

L'amplitude du mode fondamental est naturellement dominante. Elle décline légèrement à mesure que le temps augmente et que l'évolution de la perturbation se rapproche d'une évolution non-linéaire. Inversement, les harmoniques du mode d'initialisation



Plaque de 9 μm.



Plaque de 18 μm.

FIGURE 3.21 – Comparaison de la relation de dispersion,  $\gamma = f(k)$ , avec (pointillés) et sans champ magnétique (lignes continues) à plusieurs instants.

gagnent en amplitude relative au cours du temps. Lorsque l'on compare aux simulations avec l'auto-génération, on constate des changements de comportement sur la croissance des harmoniques et du mode fondamental. En particulier, l'amplitude relative du mode 3 est exacerbée et, en contrepartie, l'amplitude relative du mode fondamental décline légèrement plus rapidement. Ainsi, l'auto-génération de champ magnétique semble favoriser une transition plus tôt de l'instabilité vers un régime non linéaire.

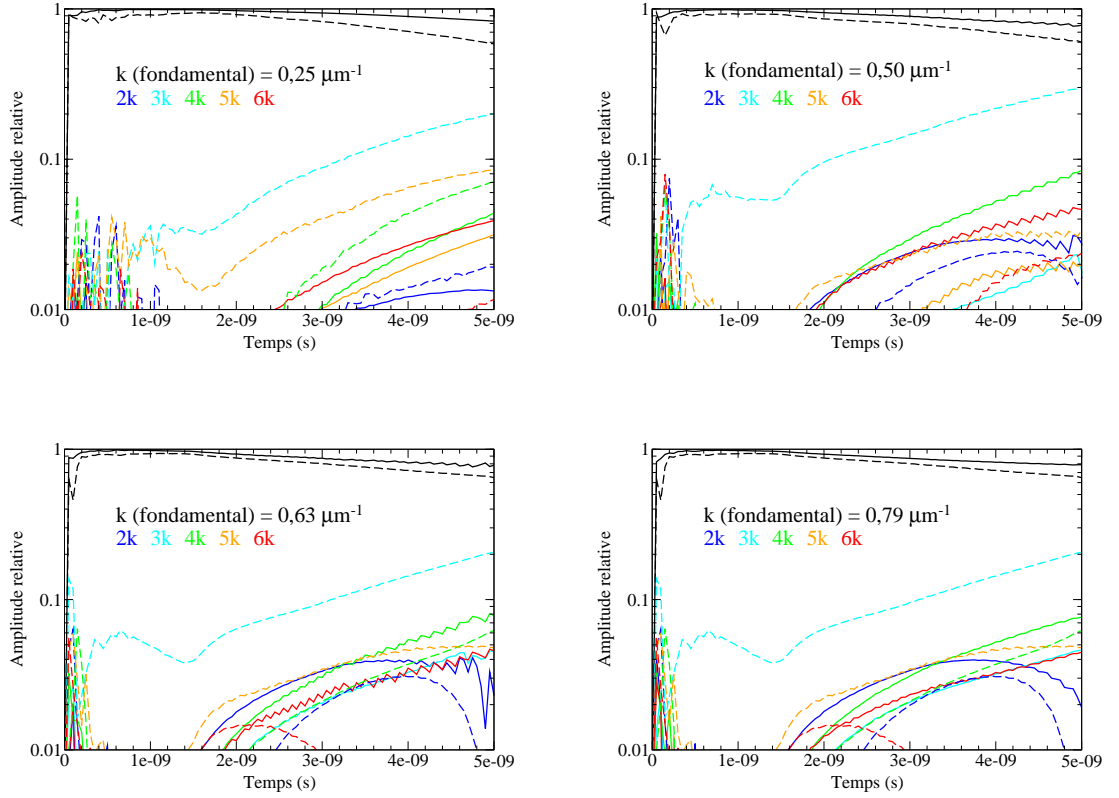


FIGURE 3.22 – Évolution de l'amplitude relative des premières harmoniques sans champ (lignes continues) et avec champs magnétiques auto-générés (lignes pointillées) pour la plaque de  $18 \mu\text{m}$ .

### 3.3.3 Adaptation du modèle de Masse à l'IRT avec champs magnétiques auto-générés

Le modèle de Masse présenté au chapitre 1, dans la section 1.3.5 montre, sans considérer de champ magnétique, l'effet stabilisateur d'une conductivité anisotrope sur l'IRT au front d'ablation. Il détermine la relation de dispersion selon un facteur  $D$  :

$$D = \frac{\kappa_r}{\kappa_z}$$

rapport des conductivités longitudinale et transverse (perpendiculaire au sens de l'écoulement non perturbé). Il obtient l'équation (1.109) que nous rappelons :

$$(\gamma^M)^2 + 2(\sqrt{D} + 1)kv_a\gamma^M + a(2\sqrt{D} - 1)k^2v_a^2 - kg = 0 \quad (3.8)$$

Avec le champ auto-généré, nous venons de voir que la conductivité thermique présente une composante selon  $r$ , la direction transverse, et que la composante longitudinale est réduite. Il existe ainsi une anisotropie par rapport au cas sans champ.

Le modèle de Masse est une évolution du *sharp boundary model* dans l'approximation isobare. L'expression (3.8) est obtenue pour les nombres de Froude élevés et nos écoulements présentent des faibles nombres de Froude. Malgré tout, sa simplicité nous a conduit à tenter de l'adapter à l'IRT ablative avec champs auto-générés, en intégrant une anisotropie de conductivité dépendant du champ magnétique sous l'hypothèse que notre situation s'écarte de manière perturbative de l'approximation isobare.

L'équation (3.8) admet comme solution pour le taux de croissance :

$$\gamma^M = -(\sqrt{D} + 1)kv_a \pm \sqrt{(\sqrt{D} + 1)^2k^2v_a^2 - a(2\sqrt{D} - 1)k^2v_a^2 + kg} \quad (3.9)$$

En partant d'une situation sans champ, où la conductivité est la même dans n'importe quelle direction, on peut proposer un coefficient  $D$  qui suive les prescriptions de Braginskii :

$$D = 1 + \frac{\kappa_\perp}{\kappa_\parallel}$$

Nous avons rappelé les coefficients  $\kappa_\perp$  et  $\kappa_\parallel$  à la section précédente. Ils sont déterminés à condition de connaître  $\chi_e$ , le paramètre de Hall et le coefficient  $D$  s'écrit :

$$D = 1 + \chi_e \frac{\gamma_0'' + \gamma_1''\chi_e^2}{\gamma_0' + \gamma_1'\chi_e^2} \quad (3.10)$$

D'autre part, le paramètre  $a$  de l'équation (3.9) correspond au saut de densité au front d'ablation (la relation est développée à partir du *sharp boundary model*).

Pour adapter ce modèle à notre écoulement non perturbé, donc sans champ, on décide d'ajuster ce paramètre  $a$ , décorré de l'anisotropie de la conductivité thermique, au modèle de Goncharov-Betti. Ensuite, nous essaierons d'obtenir des relations auto-consistantes pour  $\chi_e$ ,  $D$  et  $\gamma$  en fonction de  $k$ ,  $g$ ,  $v_a$  et/ou  $L_0$ .

### Ajustement du rapport de densité

Pour obtenir le paramètre  $a$ , on le recale sur l'IRT sans champ décrite par le modèle de Goncharov-Betti. À la coupure, en  $k = k_c$ ,  $\gamma = 0$  et l'équation (3.9) se met sous la forme :

$$k_c = \frac{g}{v_a^2 a (2\sqrt{D} - 1)} \quad (3.11)$$

La coupure peut donc être raccordée à celle du modèle de Goncharov-Betti et par conséquent, sans champ, lorsque la conductivité est isotrope, que  $D = 1$  on peut écrire :

$$a = \frac{g}{k_c^{\text{GB}} v_a^2}$$

où l'exposant « GB » évoque le modèle de Goncharov-Betti. Le nombre d'onde de coupure peut difficilement s'isoler à partir de l'équation (1.100) exposée à la section 3.2.3 car il intervient dans de nombreuses variables ( $\tilde{\beta}$ ,  $\tilde{A}_T$ , ...). Nous avons donc fait une recherche automatique du nombre d'onde de coupure des profils de Goncharov-Betti à chaque instant pour obtenir le rapport de densité correspondant. Nous présentons sur la figure 3.23 l'évolution du paramètre au cours du temps et sur la figure 3.24 les relations de dispersion obtenues sans champ magnétique. On constate une relative stabilité de  $a(t)$  après le

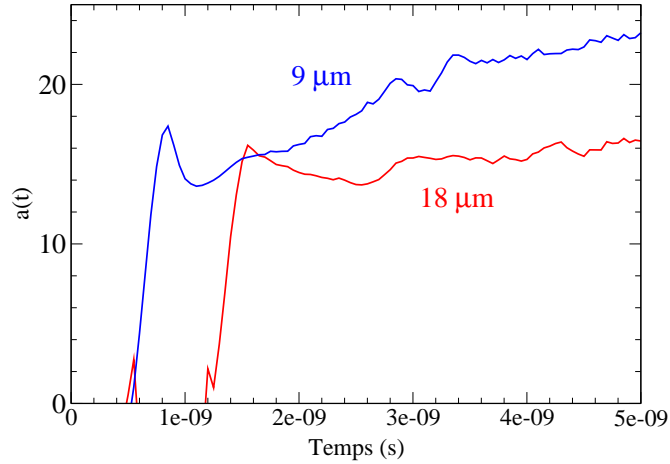


FIGURE 3.23 – Évolution temporelle du rapport de densité  $a$  ajusté à chaque instant sur le nombre d'onde de coupure issu de la procédure de Goncharov-Betti.

régime transitoire surtout pour la plaque de 18  $\mu\text{m}$ , au voisinage de 14, du même ordre de grandeur que les valeurs obtenues par Masse dans la référence [49].

La relation de dispersion de Masse a pour solution un taux de croissance plus élevé que celui obtenu à partir du modèle de Goncharov-Betti. Elle offre toutefois la possibilité de prendre en considération l'effet des champs et il est intéressant d'avoir une comparaison des relations de dispersion avec et sans les champs auto-générés.

Pour cela nous proposons d'évaluer dans un premier temps l'influence des valeurs du paramètre  $D$  sur la relation de dispersion. Nous tenterons dans un second temps de relier  $D$  au champ magnétique de manière auto-consistante.

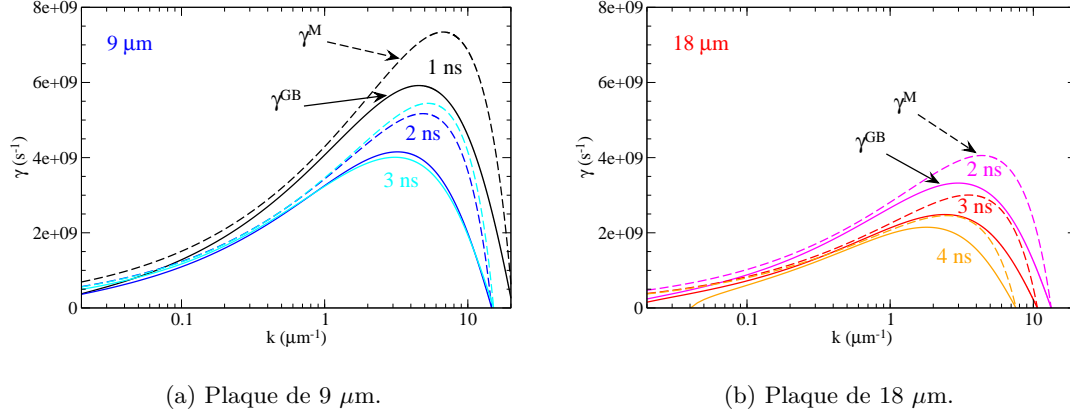


FIGURE 3.24 – Comparaison entre les relations de dispersion sans champ de Goncharov Betti (lignes continues, «  $\gamma^{\text{GB}}$  ») et celles obtenues en adaptant le modèle de Masse (lignes pointillées, «  $\gamma^{\text{M}}$  ») à différents instants sans champ auto-généré.

### Influence de l'anisotropie sur la relation de dispersion

Le comportement des taux de croissance vis-à-vis du paramètre  $D$  est rapporté sur la figure 3.25. On observe bien le comportement stabilisateur croissant avec l'anisotropie de diffusion. Même pour des coefficients très proches de 1, on note un changement significatif dans la relation de dispersion de Masse. Lorsque  $D$  augmente, elle est globalement abaissée mais de manière plus importante sur les grands nombres d'onde de telle sorte que le nombre d'onde de coupure,  $k_c$ , diminue et que chaque relation de dispersion reste au dessous de celle obtenue avec un coefficient  $D$  plus faible. Le maximum de taux de croissance se déplace également vers les petits nombres d'onde.

Du fait du raccord à la coupure par l'intermédiaire du paramètre  $a$ , nous avons déjà évoqué la relation de dispersion du modèle de Masse plus élevée que celle du modèle de Goncharov-Betti. Lorsque  $D$  croît et donc que la relation de dispersion chute, on passe sous la relation de dispersion de Goncharov-Betti sur un intervalle  $[k^*, k_c^{\text{GB}}]$ . Le nombre d'onde à partir duquel cela se produit,  $k^*$ , diminue à mesure que  $D$  augmente. L'effet de l'anisotropie étant plus marqué pour les grands nombres d'onde, il faut atteindre des coefficients de l'ordre de  $D = 2$  pour avoir un taux de croissance plus faible que celui du modèle de Goncharov-Betti pour les nombres d'onde que nous avons pu simuler.

À ce stade, on peut tracer le début des relations de dispersion issues de l'adaptation du modèle de Masse à différents temps avec l'effet des champs magnétiques auto-générés. À partir de nos simulations avec champ, en relevant au front d'ablation la valeur des champs magnétiques, on peut en effet obtenir un paramètre de Hall et donc un coefficient  $D$  que l'on remplace dans le modèle de Masse.

Nous avons vu dans la section précédente que  $\chi_e$  n'est pas homogène, ni dans la direction longitudinale ( $z$ ) ni dans la direction transversale ( $r$ ). Selon  $z$ , il semble logique de se concentrer sur sa valeur au front d'ablation, en  $z_a$ , là où on étudie la croissance des perturbations. Selon  $r$ , nous avons choisi la valeur où  $|B|$  est maximal pour maximiser les

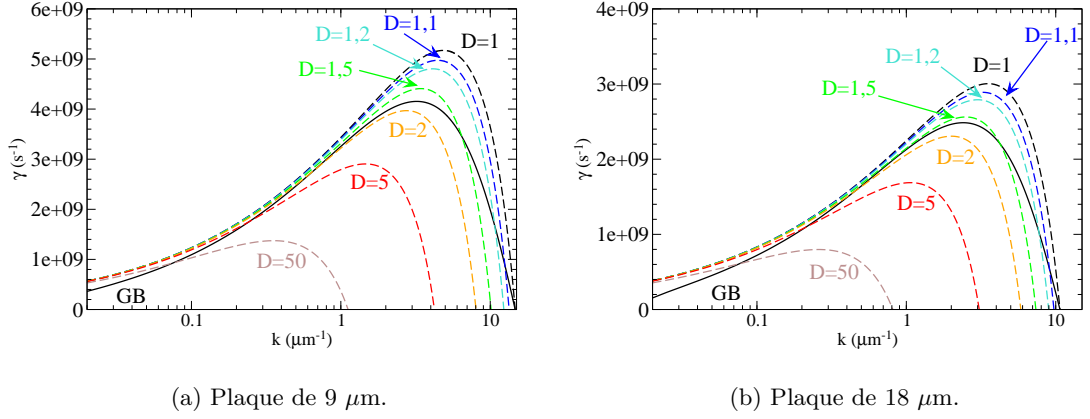


FIGURE 3.25 – Relations de dispersion du modèle de Masse pour différentes valeurs du paramètre  $D$ , obtenues à partir de l'écoulement de base, à 2 ns pour la plaque de 9  $\mu\text{m}$  et à 3 ns pour la plaque de 18  $\mu\text{m}$ . On a également reporté la relation de dispersion du modèle de Goncharov-Betti aux mêmes temps (ligne continue).

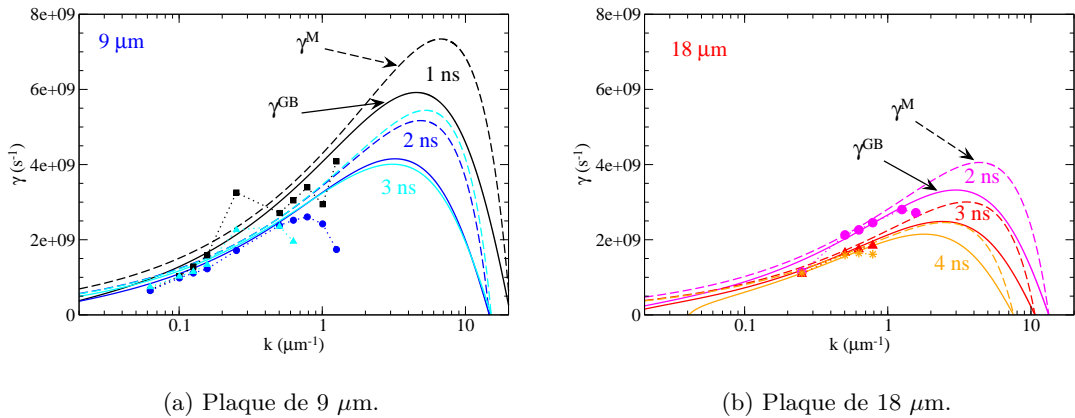


FIGURE 3.26 – Relations de dispersion numériques (partie) à différents instants par rapport aux modèles sans champ de Masse (pointillés) et de Goncharov-Betti (ligne continue) pour la plaque de 9  $\mu\text{m}$  et de 18  $\mu\text{m}$ . Les points correspondent aux résultats issus des simulations numériques avec FCI2.

effets du champ à l'ablation. Nous avons tracé les points obtenus sur la figure 3.26.

Cette adaptation du modèle de Masse montre donc une stabilisation peu importante par le champ, au moins pour les faibles nombres d'onde, du fait de nos faibles paramètres de Hall. Les plus grands  $k$  simulés montrent les plus gros écarts qui restent toutefois ténus.

Dans la procédure suivie, on est obligé d'avoir effectué les simulations aux longueurs d'onde pour lesquelles on veut obtenir le taux de croissance puisque c'est à partir d'elles que l'on tire le paramètre de Hall et donc le coefficient  $D$ . Nous avons tenté d'obtenir une relation de dispersion auto-consistante qui permette d'évaluer le taux de croissance sans ces simulations, simplement à partir de l'écoulement hydrodynamique de base.

#### Prise en compte des champs magnétiques dans $D$

L'introduction des champs magnétiques dans ce modèle se fait par l'intermédiaire du paramètre de Hall,  $\chi_e$ . D'après l'expression (1.28), on peut le remplacer par  $\chi_e = \tilde{\chi}B(k, t)$ , avec :

$$\tilde{\chi} = \frac{3\epsilon_0^2 (2\pi k_B T_e)^{3/2}}{m_e^{1/2} n_e \ln \Lambda Z_i e^3}$$

D'autre part, nous n'allons considérer que les champs magnétiques auto-générés, sans convection ni diffusion ni autres effets. Aux vues des valeurs de champ obtenues, le champ et donc  $\chi_e$  sont suffisamment faibles pour satisfaire les relations :

$$\chi_e \ll \sqrt{\frac{\gamma_0''}{\gamma_1''}} \quad \text{et} \quad \chi_e \ll \sqrt{\frac{\gamma_0'}{\gamma_1'}}$$

qui nous permettent d'écrire, d'après (3.10) :

$$D \sim 1 + \chi_e \frac{\gamma_0''}{\gamma_0'}$$

En introduisant cette expression dans la relation de dispersion de Masse (3.8), en supposant que  $\chi_e \ll \gamma_0'/\gamma_0''$  ( $\sim 0,25$  pour  $Z = 3$ ), et en linéarisant par rapport à  $\chi_e$ , on obtient :

$$\gamma^2 + \left(4 + \frac{\gamma_0''}{\gamma_0'} \chi_e\right) k v_a \gamma + a \left(1 + \frac{\gamma_0''}{\gamma_0'} \chi_e\right) k^2 v_a^2 - k g = 0 \quad (3.12)$$

Il faut ensuite déterminer la relation entre  $B$ ,  $k$ ,  $t$  et  $\gamma$  qui permette d'obtenir une relation de dispersion auto-consistante au front d'ablation. On peut introduire le champ généré à partir de la relation (3.7), en supposant qu'il n'est ni convecté ni diffusé, ni modifié par l'effet Nernst ou Hall. Pour éviter la phase transitoire pendant laquelle il semble délicat d'évaluer la génération de champ magnétique, on se place par rapport à un instant  $t_1$ , auquel on suppose connaître la valeur du champ :  $B(t_1, k) = B_1$ . D'après la relation (3.7), il vient, en  $r = \pi/2k$  :

$$B(t, k) - B(t_1, k) = k \frac{k_B}{e} \partial_z T_e|_{z_a} \int_{t_1}^t \frac{\delta \rho_k}{\rho}(t') dt'$$

où l'on a supposé le gradient de température comme faiblement dépendant du temps. Par ailleurs,

$$\gamma(t) = \frac{d}{dt} \ln \left( \frac{\delta \rho_k}{\rho}(t) \right)$$



et on peut écrire :

$$\frac{\delta\rho_k}{\rho}(t) = \frac{\delta\rho_k}{\rho}(t_1) e^{\int_{t_1}^t \gamma(t') dt'}$$

On en déduit :

$$B(t, k) = B_1 + k \frac{k_B}{e} \partial_z T_e|_{z_a} \frac{\delta\rho_k}{\rho}(t_1) \int_{t_1}^t e^{\int_{t_1}^{t'} \gamma(t'') dt''} dt'$$

où l'on a supposé un gradient de température au niveau du front d'ablation indépendant du temps. Pour simplifier, on utilise également le temps  $t_1$  introduit en considérant qu'à cet instant, un régime stationnaire est établi et que l'on peut considérer le taux de croissance  $\gamma$  constant. L'expression du champ devient alors :

$$B(t, k) \sim B_1 + \tilde{B} \frac{k}{\gamma} \left( e^{\gamma(t-t_1)} - 1 \right) \quad (3.13)$$

avec :

$$\tilde{B} = \frac{k_B}{e} \partial_z T_e|_{z_a} \frac{\delta\rho_k}{\rho}(t_1)$$

Le paramètre de Hall peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$\chi_e \sim \tilde{\chi} B_1 + \tilde{\chi} \tilde{B} \frac{k}{\gamma} \left( e^{\gamma(t-t_1)} - 1 \right) \quad (3.14)$$

où on a posé :

$$\tilde{\chi} = \frac{\chi_e}{B} = \frac{3\epsilon_0^2 (2\pi k_B T_e)^{3/2}}{m_e^{1/2} n_e \ln \Lambda Z_i e^3}$$

En l'introduisant dans l'équation (3.12), on obtient :

$$\begin{aligned} \gamma^3 + \left( 4 + \frac{\gamma_0''}{\gamma_0'} \tilde{\chi} B_1 \right) k v_a \gamma^2 + \left( a k^2 v_a^2 + a k^2 v_a^2 \frac{\gamma_0''}{\gamma_0'} \tilde{\chi} B_1 - k^2 v_a \frac{\gamma_0''}{\gamma_0'} \tilde{\chi} \tilde{B} - k g \right) \gamma - a k^3 v_a^2 \frac{\gamma_0''}{\gamma_0'} \tilde{\chi} \tilde{B} \\ = - \frac{\gamma_0''}{\gamma_0'} \tilde{\chi} \tilde{B} k^2 v_a (\gamma + a k v_a) e^{\gamma t} \end{aligned} \quad (3.15)$$

On voit que l'effet du champ auto-généré, contenu dans les termes dépendants du temps, porte sur les grandes puissances de  $k$  et il aura donc moins d'influence sur les petit nombres d'onde. La résolution de cette équation mène à la relation de dispersion recherchée, avec la prise en compte des champs magnétiques auto-générés. Il convient toutefois de faire quelques remarques.

Premièrement, le modèle n'est pas complètement auto-consistant puisqu'il faut encore déterminer  $(\delta\rho/\rho)_{t_1}$  et  $B_1$ , qui contiennent les conditions en début de phase stationnaire. Nous avons choisi un temps de référence  $t_1$  tel que l'hydrodynamique y soit stabilisée :  $t_1 = 1,8$  ns pour la plaque de  $9 \mu\text{m}$ . Pour l'évaluation du terme  $B_1$ , amplitude des champs magnétiques déjà présents à cet instant, nous avons ajusté une relation à partir des valeurs à  $t_1$  du champ magnétique au front d'ablation relevées dans les simulations avec champ. Les valeurs de  $\delta\rho_k/\rho(t_1)$  ont été évaluées de la même manière. Les ajustements sont représentés sur la figure 3.27. Leur validité est discutable. Il est clair, en effet, que le champ magnétique en  $t_1$  ne peut pas augmenter à l'infini avec le nombre d'onde. Il en va de même pour

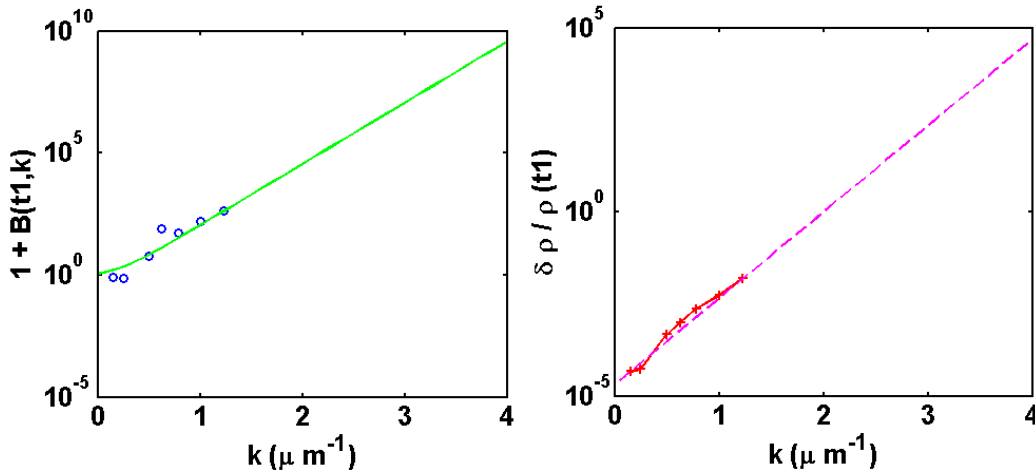


FIGURE 3.27 – Ajustement des relations  $B(t_1, k)$  et  $\delta\rho/\rho(t_1)$  en  $k$ , par rapport aux valeurs (points) issues des simulations numériques mono mode. À droite, on a tracé  $1 + B(t_1, k)$  pour éviter les valeurs négatives et pouvoir tracer la courbe sur un graphe en ordonnées logarithmiques.

l'amplitude  $\delta\rho/\rho(t_1)$  et il manque une fois de plus quelques simulations à plus grands nombres d'onde pour permettre de recaler ces ajustements aux faibles longueurs d'onde.

Par ailleurs, l'effet stabilisateur de l'anisotropie de conduction induite par le champ est ici surestimée puisque l'on ne considère pas les effets qui pourraient abaisser le champ magnétique (convection, diffusion, ...). Pour évaluer l'influence d'une correction des valeurs de champ, nous avons introduit un paramètre  $\varepsilon$  indépendant de  $k$  comme multiplicateur de la valeur de  $B_1$  et de  $\tilde{B}$  :

$$B(t, k) \rightarrow \varepsilon B_1 + \varepsilon \tilde{B} \frac{k}{\gamma} \left( e^{\gamma(t-t_1)} - 1 \right)$$

pour atténuer sa valeur artificiellement. Nous avons tracé sur la figure 3.28 la relation de dispersion obtenue par résolution numérique de l'équation (3.15). Nous avons choisi  $t_1 = 2$  ns. Lorsque  $\varepsilon = 1$ , on ne prend pas en compte les atténuations possibles du champ ce qui surestime l'effet de l'anisotropie. À l'opposé, lorsqu'il vaut 0, les champs ne sont plus pris en compte et on retrouve la relation de dispersion de Masse. Ce modèle modifié ne suffit pas à restituer les résultats numériques, pour des faibles valeurs de  $k$ , il surestime toujours le taux de croissance. L'allure est toutefois correcte pour un coefficient  $\varepsilon \sim 0,001$  qui traduit une forte surestimation des champs. L'adaptation du modèle de Masse requiert ainsi l'ajustement du paramètre  $\varepsilon$  par des simulations hydrodynamiques bidimensionnelles complètes, notamment jusqu'à la coupure, ce qui n'est finalement pas satisfaisant. La croissance de la relation de dispersion avec  $k$ , pour les faibles  $k$ , est par exemple plus rapide dans notre modèle et la décroissance plus brutale que dans les résultats des simulations numériques mono mode. Cela est dû, d'une part à ce que l'on ne considère que le terme source de champ par les gradients croisés de température et de densité dans l'évolution du champ magnétique; et d'autre part parce que notre modèle n'est pas complètement auto-consistant et l'ajustement des valeurs de  $B_1$  et de  $\delta\rho/\rho(t_1)$  est également surestimé. Ces considérations vont toutes les deux dans le même sens, ce qui accentue la chute du taux de croissance des plus grands nombres d'onde qui diffère de la décroissance moins

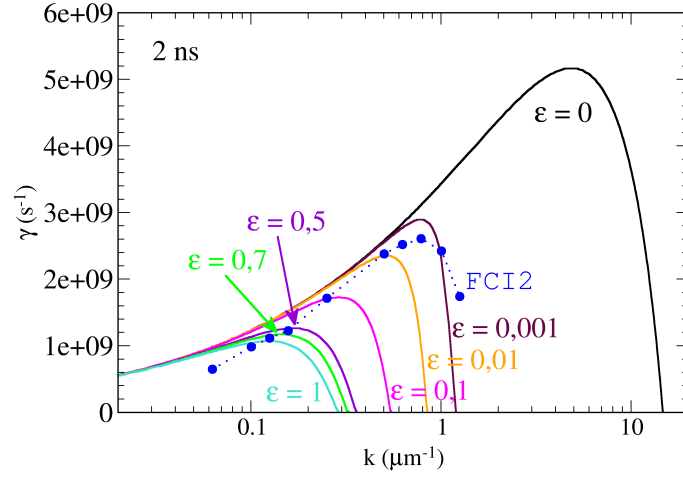


FIGURE 3.28 – Allure des relations de dispersion adaptées depuis le modèle de Masse, obtenues à 2 ns pour la plaque de  $9 \mu\text{m}$  pour différents coefficients atténuateurs de champ  $\varepsilon$ . Les points correspondent aux résultats issus des mesures de taux de croissance dans les simulations mono mode.

brutale dans le cas de nos simulations mono mode. L'utilisation d'un tel modèle requiert donc quelques simulations supplémentaires pour permettre de recalibrer les ajustements, ou d'autres considérations pour estimer les valeurs de  $B_1$  et de  $\delta\rho/\rho(t_1)$ . L'évaluation de l'effet des autres termes sur les taux de croissance serait alors intéressante.

Nous avons présenté les résultats de nos simulations de l'IRT au front d'ablation en présence de champ magnétique avec le code numérique *FCI2*, dans la phase d'accélération. Nous avons considéré une plaque plane de CH irradiée par un éclairage laser uniforme et initialement perturbée avec un seul mode. On distingue trois phases dans l'évolution de la perturbation au cours du temps. Une phase transitoire où s'établit l'accélération créée par la remontée de l'onde de détente dans la plaque ; une phase stationnaire où le taux de croissance est à peu près constant et un régime non linéaire où le taux de croissance chute. Dans nos calculs numériques, les valeurs élevées de l'accélération et les faibles vitesses d'ablation font transiter d'autant plus tôt le régime de croissance de l'instabilité vers le régime non linéaire que le nombre d'onde est grand. Nous n'avons donc pas réussi à parcourir le spectre instable de l'IRT avant cette transition. Des écarts significatifs aux temps longs sont ainsi relevés par rapport aux comportements prévus par le modèle de Goncharov-Betti ou de Masse. Ce dernier présente la particularité d'introduire une anisotropie de conductivité dans la relation de l'IRT ce qui semblait attrayant dans notre situation. En effet, l'apparition des champs magnétiques auto-générés provoque l'anisotropie du flux de chaleur. Partant de ce modèle nous avons établi une écriture auto-consistante de la relation de dispersion qui ne dépend plus que de la longueur d'onde, de l'accélération, de la vitesse d'ablation, de la densité et de la température. Malheureusement, comme nous n'avons pas pu tenir compte ni des effets du transport du champ ni de l'estimation des termes sources durant la phase transitoire de l'instabilité, nous avons dû introduire un paramètre ad-hoc dont l'estimation requiert des calculs hydrodynamiques bidimensionnels complets jusqu'à la coupure et ce malgré une description plus fine de l'influence du champ sur l'instabilité. Dans nos simulations hydrodynamiques de l'IRT avec champs auto-générés, nous avons observé un effet stabilisateur du champ d'autant plus élevé que les nombres d'onde sont élevés. Nous avons constaté une transition du régime linéaire vers le régime non linéaire, d'autant plus rapide et précoce quand les champs magnétiques sont présents par rapport au cas sans champ. En effet, les harmoniques des modes fondamentaux présentent des amplitudes relatives dix fois plus élevées, particulièrement pour le mode trois, lorsque l'auto-génération de champ magnétique est activée. Cette augmentation se fait par déplétion du mode fondamental, limitant ainsi la croissance de l'instabilité.

## CHAPITRE

### 4

# L'IRT EN PHASE DE DÉCÉLÉRATION SANS ET AVEC CHAMPS AUTO-GÉNÉRÉS

*Nous nous intéressons dans ce chapitre à l'instabilité de Rayleigh-Taylor qui se développe dans la deuxième partie de l'implosion, la phase de décélération. Après une description de l'outil numérique utilisé et des conditions initialisées dans les simulations numériques, nous présentons les taux de croissance de l'instabilité sans champ et avec champs magnétiques auto-générés. Nos simulations indiquent que des valeurs de plusieurs milliers de teslas peuvent-être atteintes à la stagnation via l'auto-génération mais que les pressions dans la phase de décélération sont trop importantes pour avoir une magnétisation perceptible de l'écoulement. Nous n'observons par ailleurs aucune modification du comportement de l'instabilité en présence des champs auto-générés. Cela va dans le sens des valeurs très faibles du paramètre de Hall obtenues.*

La limitation du développement de l'instabilité dans la phase de décélération est cruciale pour l'intégrité de la coquille, pour minimiser les pertes radiatives, brûler une fraction importante du combustible et assurer un gain convenable du processus de FCI. Une dizaine de nanosecondes après le début du processus, l'impulsion laser s'arrête, mettant fin à la phase d'accélération. Un choc centripète devance la coquille de combustible dont le mouvement également centripète se poursuit en vol libre sous l'effet de sa propre inertie (voir figure 4.1 entre 8 et 11 ns environ).

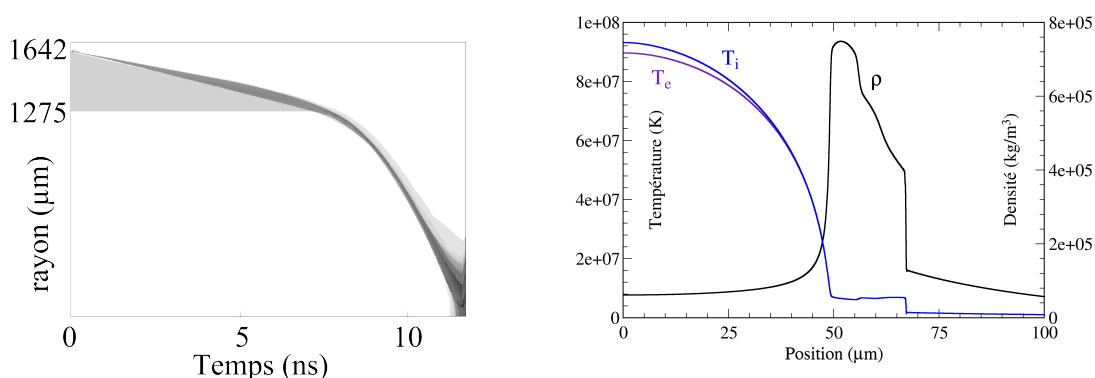


FIGURE 4.1 – À gauche, diagramme de marche du processus de FCI. À droite, on a représenté les profils radiaux de températures et de densité à la stagnation.

Tout en se densifiant, la coquille comprime le DT gazeux à l'intérieur dont la pression et la température augmentent. La réflexion de l'onde de choc au centre de la cible (vers 11,3 ns) porte le DT gazeux à haute température avant de se réfléchir sur la coquille et ainsi de suite. Le combustible gazeux chauffé à ces températures est appelé point chaud central. L'augmentation de la pression dans le point chaud ainsi que les multiples retours de choc traversant la coquille de DT cryogénique freinent la progression de la capsule, c'est la phase de décélération : le rayon du point chaud diminue mais de plus en plus lentement et fini par stagner (voir les figures 4.2a et 4.2b).

Dans la phase de stagnation, la température du point chaud aura atteint une valeur suffisante (plusieurs  $10^7$  K, voir figure 4.1) pour amorcer les réactions de fusion thermonucléaire tandis que la compression donne lieu à des densités surfaciques  $\rho r$  de la coquille de combustible suffisamment élevées pour que les particules  $\alpha$  issues des réactions de fusion y redéposent leur énergie et entretiennent la combustion d'une fraction importante de la coquille.

La configuration des milieux lors de la phase de décélération est instable au sens de Rayleigh-Taylor puisque le DT gazeux peu dense pousse la coquille dense permettant aux perturbations existant sur la face interne de s'amplifier [36, 68, 83, 56, 10, 3, 1, 15, 79]. Parallèlement au mouvement centripète de la cible, la conduction thermique depuis le point chaud engendre l'ablation de la surface interne de la coquille<sup>1</sup> qui progresse dans la direction radiale centrifuge et éjecte le DT ablaté vers le centre. Il y a donc, comme en

1. Le dépôt d'énergie des particules  $\alpha$  lorsque les réactions de fusion deviennent importantes participent évidemment également à l'ablation.

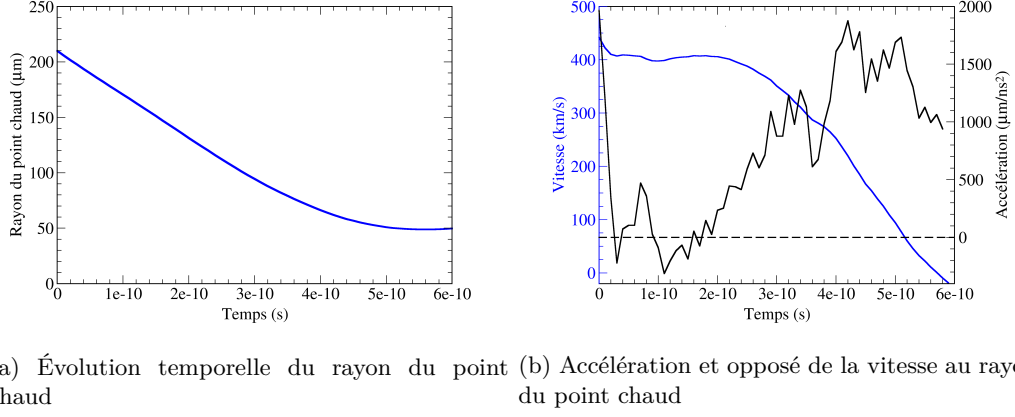


FIGURE 4.2 – Évolution du rayon du point chaud (a). Accélération et opposé de la vitesse (b) dans les phases de décélération et stagnation. La vitesse algébrique étant négative (donc l'opposé, ici, positive), car dirigée vers le centre de la coquille, une accélération algébrique positive (au delà de 150 ps environ) est synonyme de ralentissement du mouvement.

phase d'accélération une stabilisation ablative des hauts modes (comme mentionné dans les références [3, 70, 15, 79]).

Parallèlement, la croissance de l'instabilité contribue, dans cette phase également, à développer la configuration où le gradient de température électronique n'est pas colinéaire à celui de la densité électronique et donc à l'auto-génération de champ magnétique en  $\nabla T_e \times \nabla n_e$  (voir l'équation d'évolution du champ magnétique (1.43)), susceptibles de rétro-agir sur le comportement des perturbations mais aussi, s'il est suffisamment fort, de modifier de manière significative les trajectoires des produits de fusion chargés [35].

Nous nous intéressons ici à l'instabilité en phase de décélération en régime linéaire et quasi-linéaire ainsi qu'à l'influence des champs. À ce stade, les effets de convergence dans la géométrie de l'écoulement ne sont plus négligeables et les calculs en géométrie plane deviennent inadaptés. Notre étude se focalise donc logiquement sur la simulation en géométrie bidimensionnelle axisymétrique d'un quart de sphère. Le code **HADES** dont nous disposons pour l'étude de la phase de décélération, et qui prend en compte la génération de champs magnétiques, est en effet développé en deux dimensions, en géométrie cylindrique.

Nous commençons par décrire les codes employés puis l'évolution des quantités hydrodynamiques de l'écoulement de base et des taux de croissance sans champ. Nous présentons ensuite les résultats sur le développement de l'instabilité avec champs magnétiques auto-générés avant de les analyser pour discuter l'effet du champ.

## 4.1 Initialisation des calculs numériques

Les calculs présentés sont obtenus à l'aide de deux codes numériques : **FCI2** et **HADES**. Nous avons déjà présenté **FCI2** au chapitre précédent. Il est utilisé ici dans le but d'obtenir les profils des variables hydrodynamiques de base particulièrement représentatifs avant la phase de décélération et ainsi servir d'initialisation au deuxième code qui, lui, permet la

prise en compte des champs auto-générés.

HADES est un code numérique à deux dimensions, lagrangien avec phase de projection sur une grille cartésienne. Il a été développé par Marc Wolff [90] pour chercher à modéliser la décélération d'une cible de FCI en prenant en compte la génération de champs magnétiques et dans un souci d'optimisation des performances. Le schéma numérique est développé en volumes finis de type Godunov à une dimension et couplé à une méthode de splitting directionnel pour l'étendre en deux dimensions. Ce schéma « GoHy » (pour Godunov-Hybrid) se base sur des interpolations d'ordre élevé et est sujet aux phénomènes d'oscillations autour des discontinuités. Celles-ci sont gérées par une viscosité artificielle.

Les équations traitées sont celles de la MHD résistive avec conduction thermique, à deux températures, et avec termes sources de champ magnétique dont celui d'auto-génération de champ. L'équation d'état implémentée est celle des gaz parfaits et la conductivité thermique celle de Braginskii [13]. Le transfert radiatif et les réactions de fusion thermonucléaire ne sont pas implémentées.

Un troisième code, LPC, a également été utilisé pour comparer les comportements purement hydrodynamiques (sans champ) issus de HADES. LPC est un code linéaire de perturbation lagrangien qui permet de traiter l'évolution de perturbations tridimensionnelles à partir d'un écoulement de base à une seule dimension [39, 20, 79], ici en géométrie sphérique. Il possède une description mono température avec conduction thermique de type Spitzer-Härm et une équation d'état de type gaz parfait.

### 4.1.1 hydrodynamique de base

Le code FCI2 a été initialisé pour simuler le processus entier de FCI en amont de la phase de décélération à partir du schéma d'attaque directe issu de la référence [15]. Les valeurs discrètes de vitesse, températures, pression et densité obtenues vers 12 ns (environ 600 ps avant le maximum de compression, voir figure 4.3) sont approchées analytiquement par des polynômes par morceaux implémentés dans HADES. On prendra ce temps comme celui d'initialisation :  $t_0 = 0$  dans la suite pour décrire le comportement dans la phase de décélération.

Pour limiter le temps de calcul avec HADES, on ne simule qu'un quart de sphère ; les conditions de bords des côtés correspondants à l'axe de révolution et à l'axe de symétrie sont donc des conditions de mur, les autres, des conditions de flux sortant. Les simulations ont été réalisées avec une grille carrée de 4000 mailles de côté).

On a tracé sur la figure 4.4 le rayon du point chaud au cours d'une simulation sans perturbation avec HADES. Le profil temporel obtenu avec LPC (cf Temporal *et al.* dans la référence [79]) est confondu avec le nôtre, que l'on choisisse le point chaud au maximum de gradient de densité ou là où la longueur de gradient est minimum. On a également un bon accord sur les profils radiaux des quantités hydrodynamiques de base à la stagnation à condition de passer le code HADES à une seule température, comme LPC (voir figure 4.3). Toutefois, il est plus rigoureux de considérer les deux température  $T_i$  et  $T_e$  surtout en ce qui concerne la génération de champ magnétique et c'est ce que nous ferons dans la suite. C'est sur cet écoulement de base que le code HADES introduit des perturbations.

### 4.1.2 Les perturbations

Dans notre géométrie, toute perturbation arbitraire de la surface peut être développée en polynômes de Legendre  $P_l(\cos\theta)$ , avec  $\theta$  l'angle polaire compté à partir de l'axe de



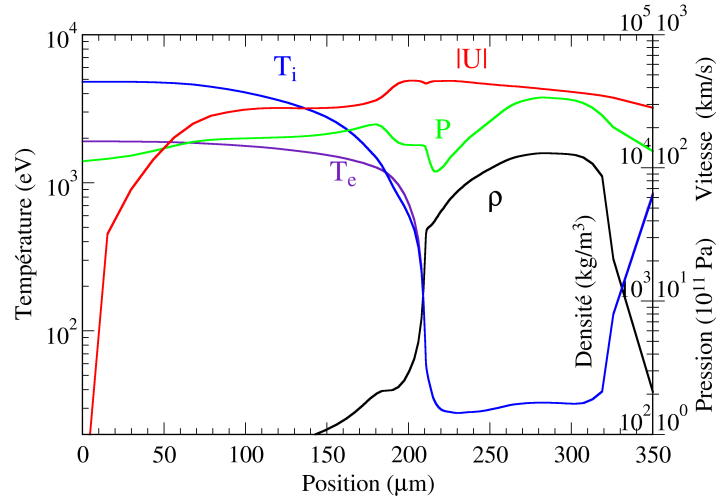


FIGURE 4.3 – Profils hydrodynamiques à «  $t = 0$  » issus des calculs `FCI2`. Il s'agit des profils initialisés dans `HADES`.

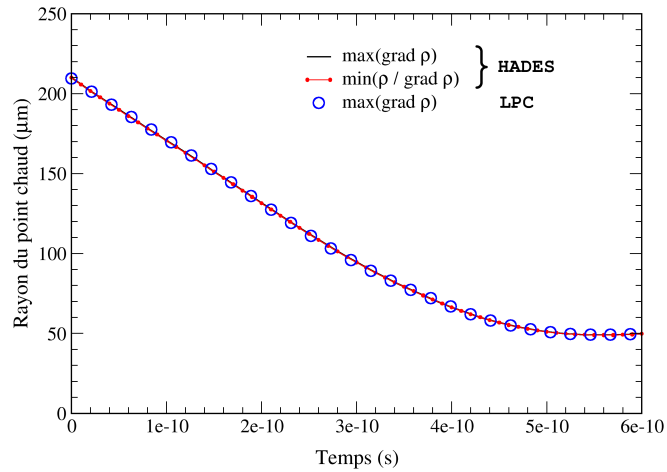


FIGURE 4.4 – Évolution du rayon du point chaud (pris entre le centre et le max de gradient de température du profil radial) avec les codes numériques `HADES` et `LPC`.

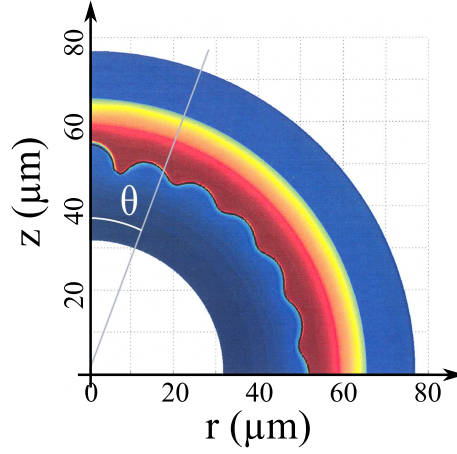


FIGURE 4.5 – Exemple de profil de densité (en g/cc) de la cible vers 500 ps. Le contour du point chaud (en noir) est perturbé par la croissance d'un mode de Legendre initialisé avec  $a_0 = 1 \mu\text{m}$  selon (4.1). Il est déterminé ici comme le lieu des points où le profil radial présente le minimum de longueur de gradient de densité. Seule une couronne d'environ  $45 \mu\text{m}$  centrée sur le front d'ablation a été tracée ici.

révolution supposé :  $z$ . Les rugosités de la coquille à partir desquelles va se développer l'IRT sont donc simulées dans **HADES** par une déformation mono mode en polynôme de Legendre du maillage à l'instant initial selon la coordonnée radiale  $r$ .

À  $t = 0$ , l'amplitude de la perturbation radiale est fixée maximale sur le rayon intérieur  $r_{int}$  de la coquille que nous choisissons au niveau du minimum de longueur de gradient du profil de densité. Le rayon perturbé à la position  $r$  s'écrit :

$$\tilde{r}(r, \theta, t = 0) = r + \alpha_{l_0}(r, t = 0)P_{l_0}(\cos \theta) \quad (4.1)$$

avec :

$$\alpha_{l_0}(r, t = 0) = a_0 e^{-l_0 |\frac{r}{r_{int}} - 1|}$$

où  $l_0$  est le mode d'initialisation de la perturbation associée au polynôme de Legendre  $P_{l_0}$  et  $a_0$  l'amplitude initiale de la perturbation au niveau de la face intérieure. À  $t = 0$ , les variables hydrodynamiques  $\Psi$  sont ensuite perturbées selon l'expression :

$$\tilde{\Psi}(\tilde{r}(r)) = \Psi(r)$$

et on étudie le comportement de l'amplitude des perturbations pour chaque mode initialisé. Puisque l'on ne simule qu'un quart de sphère, on ne peut qu'initialiser des modes  $l_0$  pairs qui sont symétriques en  $\theta = \pi/2$  (voir la section C.1.1).

Dans la suite, nous évaluons l'amplitude des perturbations du point chaud. À chaque instant, cette amplitude est déterminée en deux temps. Le premier temps consiste à trouver le contour (perturbé) du point chaud (voir figure 4.5), c'est-à-dire son rayon  $\tilde{R}_{hs}$  en fonction de  $\theta$ . Nous avons pris la position du rayon du point chaud, pour chaque  $\theta$ , au minimum de la longueur de gradient du profil radial de densité. Dans un deuxième temps, on effectue

une décomposition en modes de Legendre de la courbe  $\tilde{R}_{hs} = f(\theta)$  pour chaque temps :

$$\tilde{R}_{hs}(\theta, t) = \sum_{l=0}^{\infty} A_l(t) P_l(\cos \theta) = \langle R_{hs}(t) \rangle + \sum_{l=1}^{\infty} A_l(t) P_l(\cos \theta) \quad (4.2)$$

Nous choisissons alors de définir l'amplitude de la perturbation au temps  $t$  comme la valeur à  $t$  du coefficient associé au polynôme de Legendre du mode d'initialisation :  $A_{l=l_0}(t)$ , normalisée ou non à l'amplitude d'initialisation  $a_0$ .

## 4.2 Résultats numériques sur l'IRT en phase de décélération

Dans la suite, nous allons nous concentrer sur la deuxième moitié des simulations (entre 300 et 600 ps), lorsque la valeur de la décélération au niveau de la face interne de la coquille commence à augmenter de manière significative (voir sur la figure 4.2, issue d'une simulation sans perturbation), provoquant le développement de l'instabilité. Avant de présenter les résultats avec les champs auto-générés, nous analysons le développement de l'IRT au niveau de la face intérieure de la coquille sans activer les champs magnétiques dans HADES.

### 4.2.1 Sans champ magnétique

Dans cette dynamique en géométrie sphérique, la longueur d'onde initialisée  $\lambda_0$  d'une perturbation sinusoïdale le long du périmètre de la face interne change au cours du temps. C'est une conséquence de l'évolution temporelle du rayon que nous avons déjà suggérée en écrivant l'équation (4.2). Le long du périmètre  $2\pi R(t)$ , on conserve le numéro de mode initialisé  $l_0$ . On a ainsi<sup>2</sup> :

$$\lambda(t) = 2\pi R(t)/l_0$$

et :

$$k(t) = l_0/R(t) \quad (4.3)$$

La résolution de nos simulations, limitée par le temps de calcul, est de  $0,1 \mu\text{m}$  par maille. Elle résulte de notre restriction à une grille eulérienne carrée de 4000 mailles de côté dans laquelle sont initialisés les profils qui s'étendent sur  $400 \mu\text{m}$ . En se restreignant à des perturbations d'amplitude initiale égale à  $1 \mu\text{m} = 10^{-4} \text{ cm}$ , on montre en annexe (dans la section C.1.3 que, pour les hauts modes, on décrit initialement l'amplitude minimale crête-à-crête avec quelques points mais une dizaine en amplitude maximale. Diminuer l'amplitude ne semble donc pas approprié. En conséquence, l'évolution devient non-linéaire au cours du processus (voir la section C.2), d'autant plus tôt que le mode d'initialisation est élevé. Cela explique notamment que l'on s'écarte des allures trouvées dans la référence [79] avec le code LPC.

Parallèlement, l'hydrodynamique est d'autant plus modifiée que l'on approche de la stagnation. Cela se traduit sur les taux de croissance fortement dépendants du temps [15, 79] et donc sur la relation de dispersion (voir les figures 4.7 et 4.8). L'ablation introduit une coupure dans le spectre des modes instables, que l'on devine autour de 80 sur la

---

2. En toute rigueur, les relations suivantes ne sont valables que pour des perturbations sinusoïdales. On voit sur la figure C.3 en annexe, page 138, que la différence entre la longueur d'onde harmonique et celle (minimale) d'un polynôme de Legendre sur un cercle est faible et qu'elle diminue à mesure que  $l$  augmente.

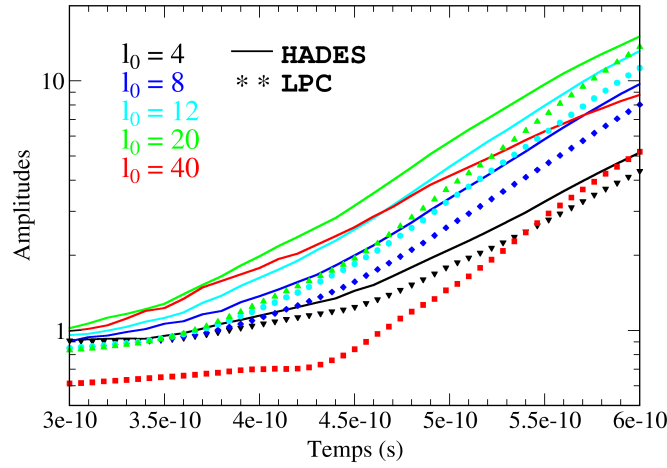


FIGURE 4.6 – Amplitudes normalisées à l'amplitude initiale issues des simulations avec HADES (lignes) et LPC (points).

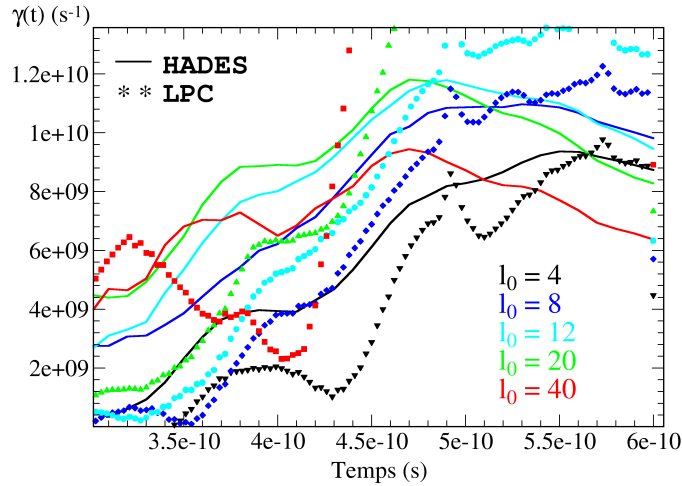


FIGURE 4.7 – Taux de croissance au cours du temps pour différents modes d'initialisation, calculés comme la dérivée logarithmique de la valeur absolue des amplitudes à chaque temps. On a représenté les valeurs issues du contour pris au minimum de la longueur de gradient (on peut vérifier que les valeurs sont identiques au cas où le contour est choisi comme lieu des points de gradient de densité maximum).

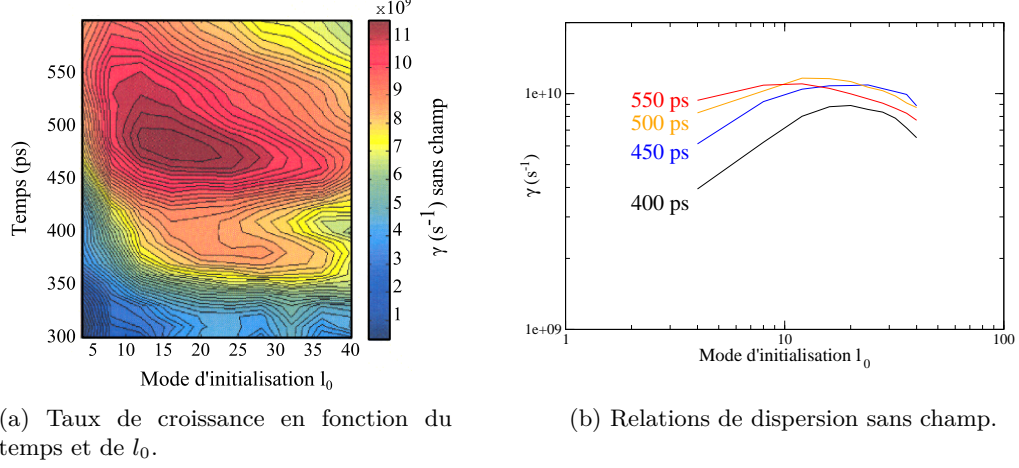


FIGURE 4.8 – Évolution du taux de croissance au cours du temps et en fonction du mode d'initialisation.

figure 4.8b à 450 ps. Les modes faibles croissent au cours du processus alors que les modes forts, après un taux de croissance maximum vers 500 ps, diminuent car stabilisés par l'ablation exacerbée par l'augmentation de température du point chaud.

#### 4.2.2 Avec les champs magnétiques auto-générés

Nous avons simulé la phase de décélération en activant l'auto-génération de champ magnétique par les gradients croisés de densité électronique et de température. Les figures 4.9 et 4.10 montrent respectivement l'amplitude des perturbations et les taux de croissances associés (ici encore, il s'agit de la dérivée temporelle du logarithme des valeurs absolues des amplitudes à chaque temps), pour différents modes d'initialisation.

L'effet des champs magnétiques auto-générés sur l'amplitude des perturbations est donc largement négligeable. La figure 4.11 indique que l'évolution des harmoniques des modes d'initialisation n'est pas non plus influencée par les champs qui se développent dans cette phase contrairement à la phase d'accélération.

Nous allons analyser dans la section suivante les champs générés pour tenter de comprendre cette si faible influence.

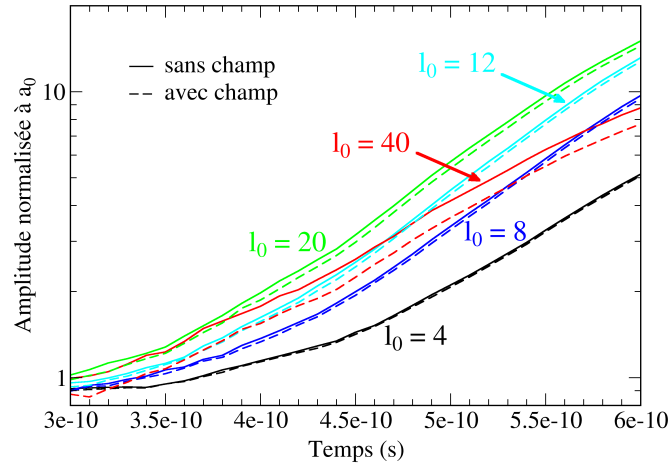


FIGURE 4.9 – Évolution de l'amplitude des perturbations au front d'ablation avec et sans champ magnétique. L'amplitude d'initialisation des perturbations est de  $a_0 = 1 \mu\text{m}$  pour tous les modes.

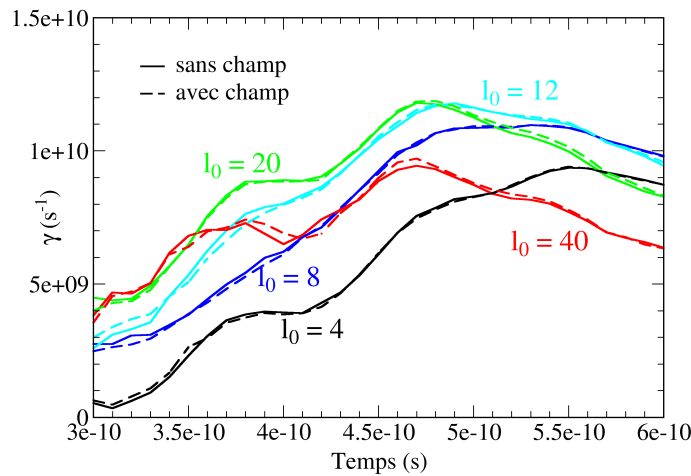


FIGURE 4.10 – Évolution des taux de croissance des perturbations au front d'ablation avec et sans champ magnétique à partir de la figure 4.9.

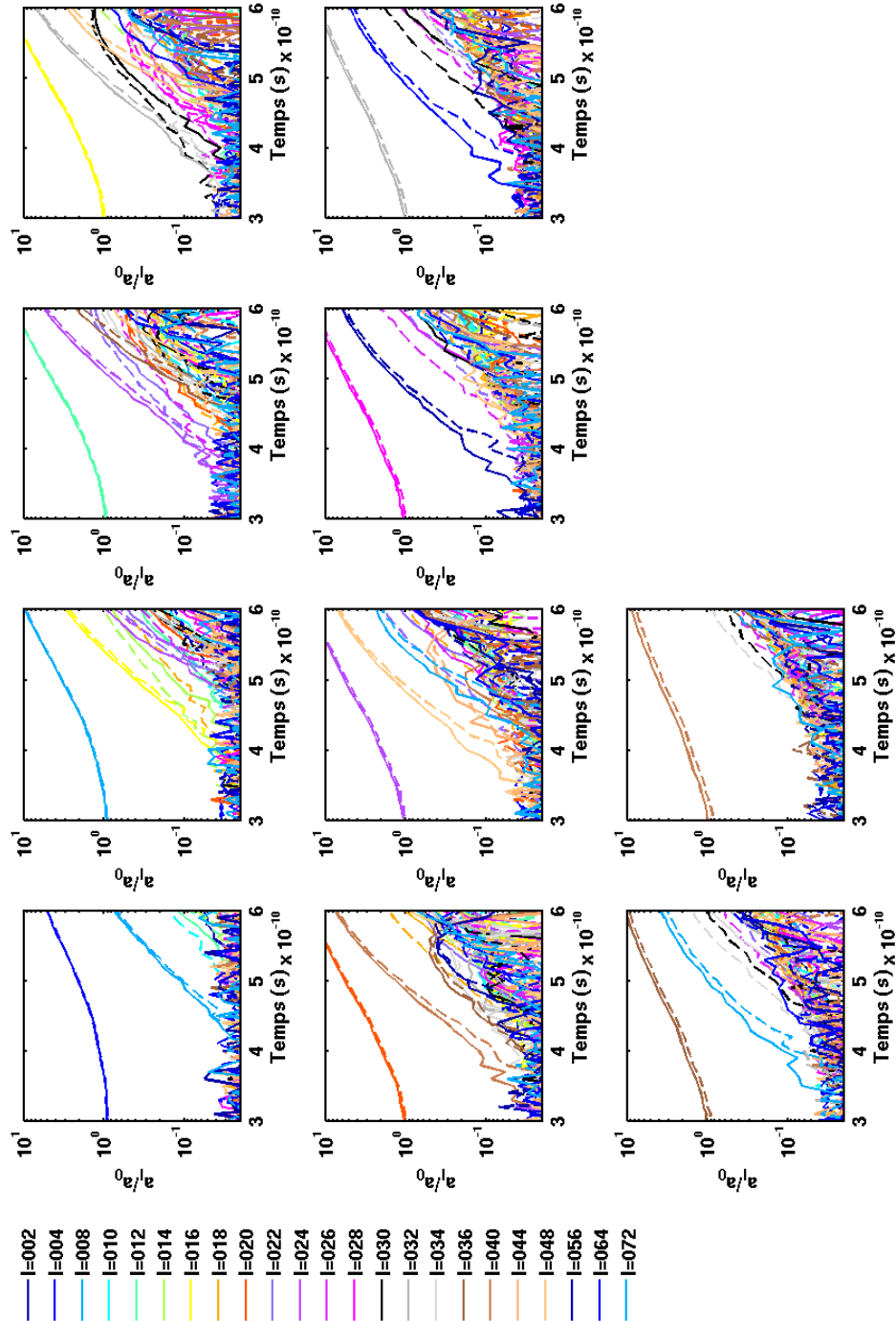


FIGURE 4.11 – Évolution temporelle des amplitudes des différentes harmoniques présentes dans le spectre de Legendre du contour du point chaud, pour différents modes d'initialisation. L'amplitude initiale vaut  $a_0 = 1 \mu\text{m}$ . Les courbes en pointillés représentent l'évolution avec l'auto-génération de champ magnétique.

## 4.3 Discussion

### 4.3.1 Quantification des champs auto-générés

Les champs magnétiques sont représentés sur la figure 4.12 en début (300 ps) et fin (500 ps) de la phase de décélération pour un mode  $l_0 = 24$ . Avec l'amplitude initialisée à  $a_0 = 1 \mu\text{m}$ , on atteint des valeurs de champ magnétique de l'ordre du millier de tesla qui sont en accord avec les résultats obtenus par Hata *et al.* dans la référence [35].

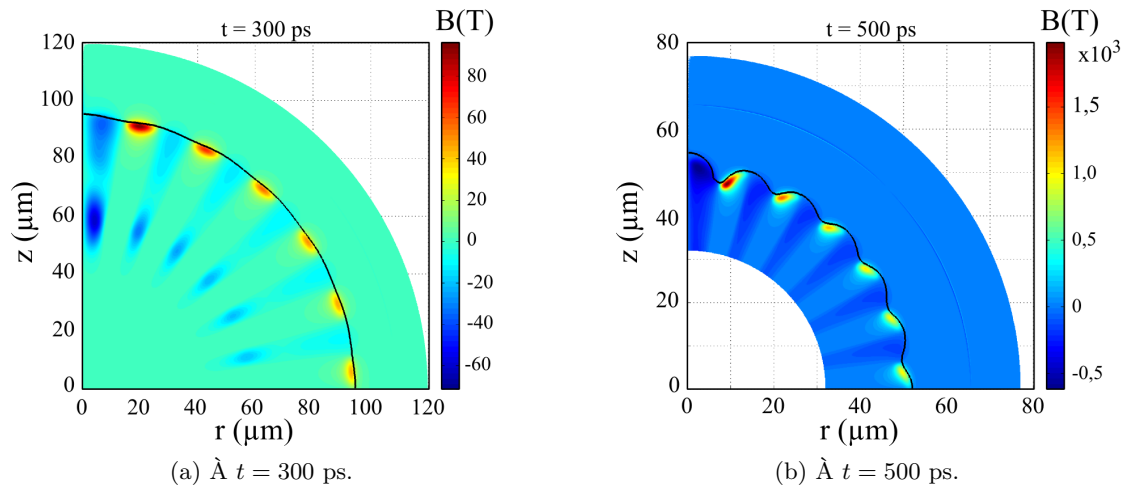


FIGURE 4.12 – Cartographie des champs magnétiques en début de la phase de décélération (a) et proche de la stagnation (b). Cette simulation a été initialisée avec une amplitude de perturbation de  $a_0 = 1 \mu\text{m}$  et un mode  $l_0 = 24$ . Seule une couronne de plusieurs microns d'épaisseur autour du front d'ablation est représentée.

Malgré son taux de croissance parmi les plus élevés, ce mode d'initialisation n'est pas celui qui présente le champ le plus intense. On a représenté sur la figure 4.13, l'évolution de l'amplitude maximum et minimum du champ magnétique au cours de la phase de décélération. Les modes d'initialisation supérieurs présentent un champ auto-généré plus important. Les perturbations sont en effet toutes initialisées avec la même amplitude. Dès lors, la pente des perturbations donc le gradient de densité et par conséquent le taux de génération de champ augmente avec le mode  $l_0$ . Une compétition sur la valeur du gradient maximal intervient entre la baisse de la pente par la baisse du taux de croissance de l'IRT (selon la relation de dispersion, voir la figure 4.8) avec l'augmentation de  $l_0$  d'une part et la simple valeur des pentes d'initialisation qui croît avec  $l_0$  d'autre part. On voit clairement que les extrêmes du champ augmentent avec  $l_0$  jusque pour  $l_0 = 40$  puis diminuent pour  $l_0 = 44$  alors que le maximum de taux de croissance donné par la relation de dispersion se situe autour de 20. Autour de la stagnation, pour  $l_0 = 40$  on atteint  $B_{max} \sim 3.10^3$  T et  $B_{min} \sim 6.10^3$  T.

Nous avons comparé ces valeurs de champ magnétique aux estimations de Evans dans la référence [29]. Il estime la valeur maximale du paramètre  $\tilde{\beta}$  (qui est en fait l'inverse du



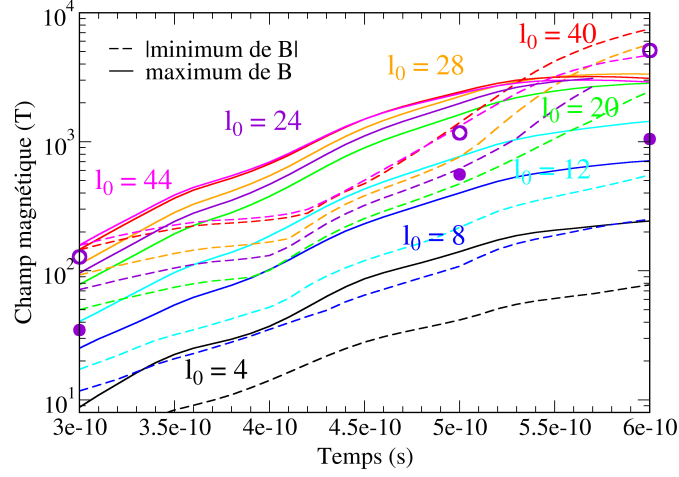


FIGURE 4.13 – Évolution des valeurs de champ magnétique maximum (amplitude positive maximum) et minimum (amplitude négative maximum) au cours du développement de l'instabilité pour différents modes d'initialisation  $l_0$ . L'amplitude d'initialisation des simulations est de  $a_0 = 1 \mu\text{m}$ . Les minimums et maximums sont cherchés dans une couronne de  $30 \mu\text{m}$  autour du front d'ablation. Les points correspondent au cas sans effet Nernst.

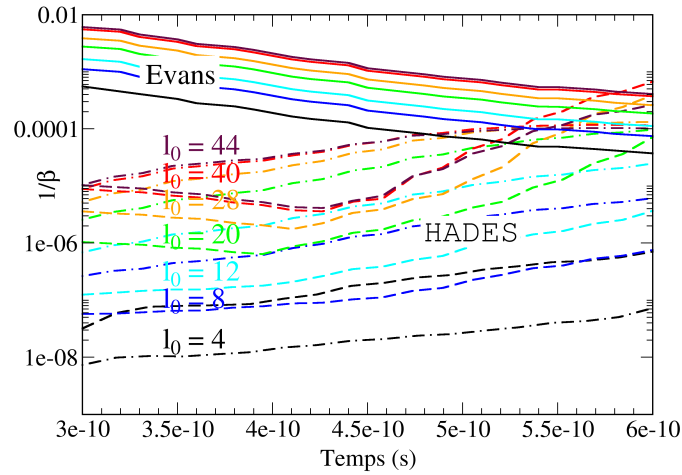


FIGURE 4.14 – Comparaison des champs obtenus avec nos simulations pour différents modes d'initialisation aux champs estimés par Evans dans la référence [29] selon l'expression 4.5.

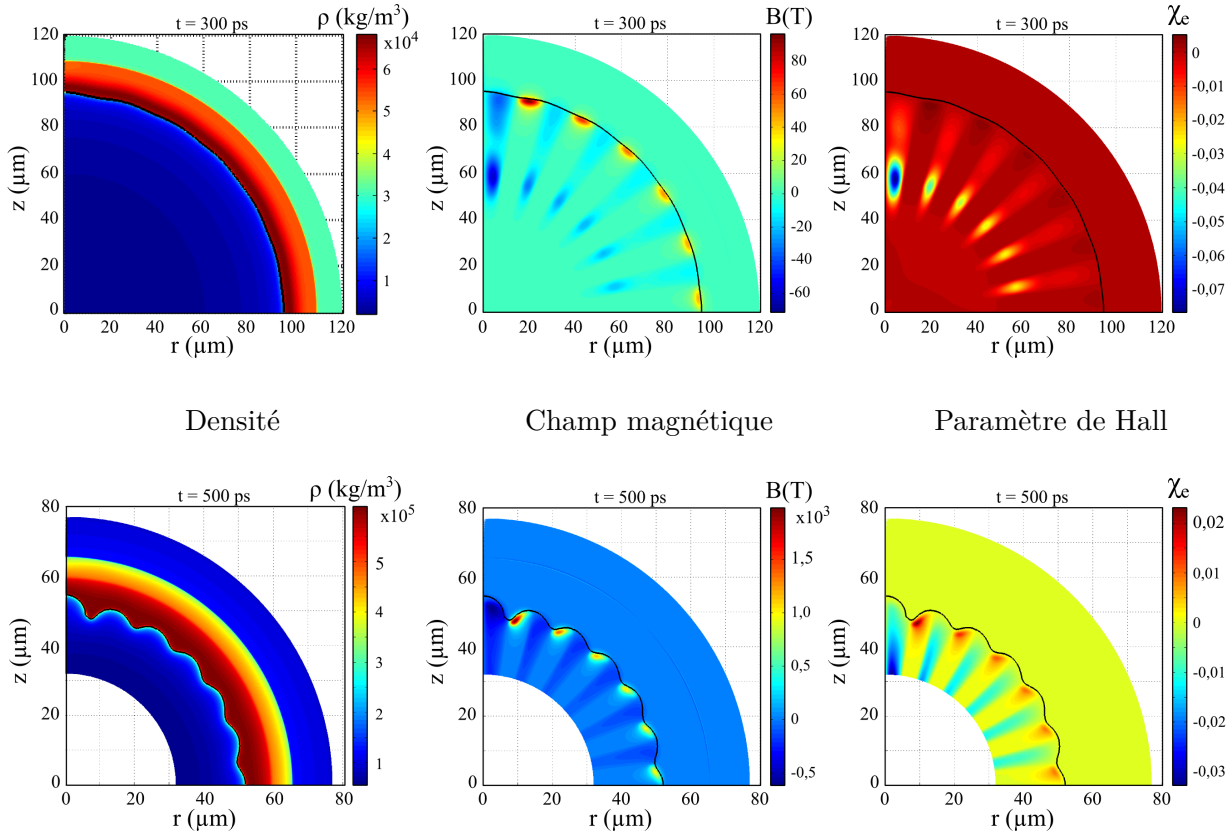


FIGURE 4.15 – Cartographies issues d’une simulation dans laquelle tous les termes mis en jeu dans l’équation d’évolution du champ magnétique (1.43) ont été pris en compte. Elles ont ici été obtenues à 300 ps et 500 ps pour  $l_0 = 24$  et  $a_0 = 1 \mu\text{m}$ .

paramètre habituel en FCI défini par la relation (8)) défini par :

$$\tilde{\beta} = \frac{1}{\beta} = \frac{B^2}{2\mu_0 p} \quad (4.4)$$

relatif aux champs auto-générés, à la saturation de l’instabilité, en négligeant la diffusion :

$$\frac{B^2}{2\mu_0 p} \sim \frac{1}{2} \frac{m_i}{m_e} \frac{Z}{(Z+1)^2} \left( \frac{c}{\omega_p} \right)^2 \frac{k}{L}$$

avec  $L$  la longueur de gradient de densité. En l’adaptant à notre géométrie avec la relation (4.3) on obtient la relation sur  $B$  suivante pour  $Z = 1$  :

$$B_{max} \sim \sqrt{\frac{1}{4} \frac{m_i}{n_e e^2} \frac{l_0}{LR} p} \quad (4.5)$$

Les valeurs de champ obtenues sont inférieures aux prédictions (voir 4.14) qui restent des limites supérieures puisqu’elles négligent la diffusion du champ.

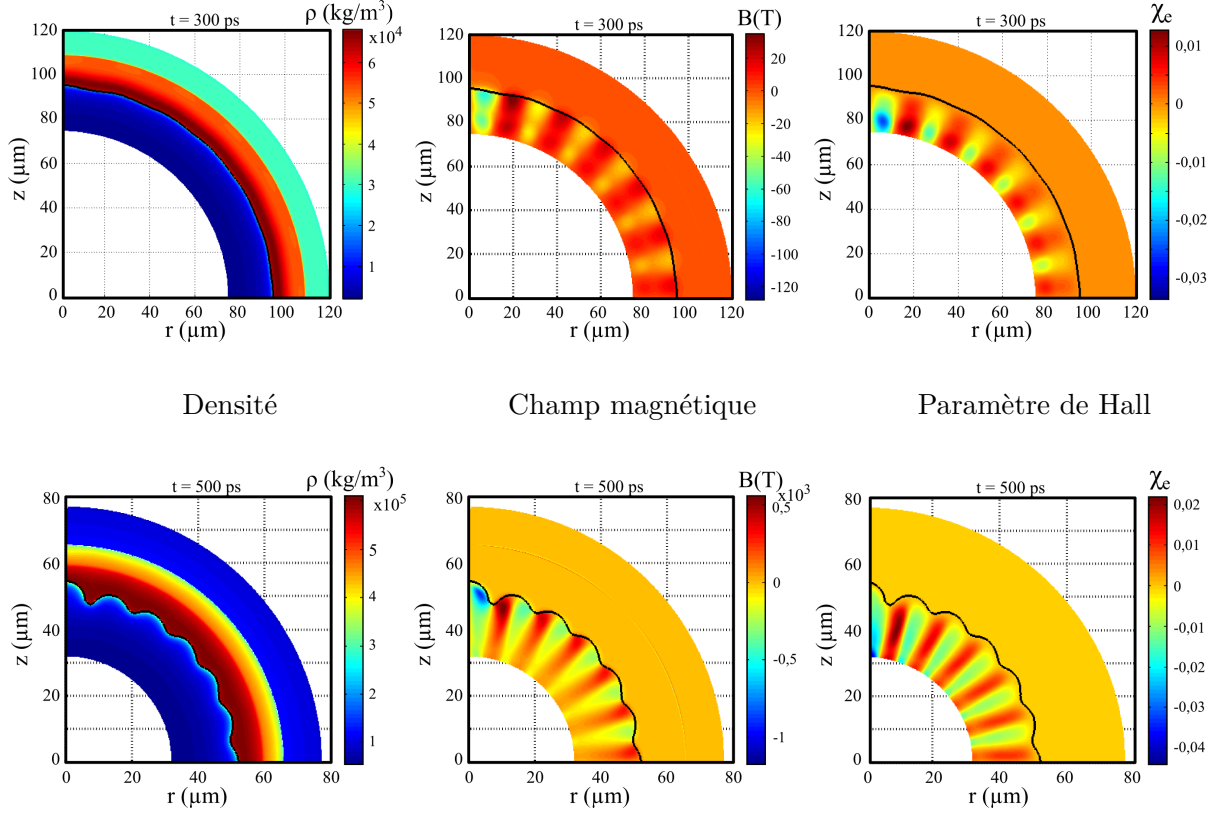


FIGURE 4.16 – Densité, champ et paramètre de Hall issus d’une simulation dans laquelle l’effet Nernst a été désactivé. Ces cartographies ont été obtenues à 300 ps et 500 ps pour  $l_0 = 24$  et  $a_0 = 1 \text{ }\mu\text{m}$ .

Une caractéristique des cartographies de champs auto-générés présentées est que les extrémums ne sont pas localisés directement sur le front d’ablation mais sont légèrement décalés vers l’intérieur de la cible.

Les cartographies présentées ont été obtenues avec tous les termes sources dans l’équation d’évolution du champ magnétique : le terme de l’effet Hall, le terme de l’effet Nernst et la diffusion résistive. L’effet Nernst correspond au troisième terme du membre de droite de l’équation d’évolution du champ magnétique (1.43), obtenue dans le chapitre 1 section 1.1.2 :  $\nabla \times \left( \frac{\bar{\beta}}{e} \nabla k_B T_e \right)$ . Il consiste en l’advection du champ magnétique. Nous avons représenté sur les figures 4.15 et 4.16 les localisations des champs magnétiques issues de simulations initialisées avec un mode de Legendre  $l_0 = 24$ , avec et sans effet Nernst, respectivement. On voit qu’il joue un rôle important en localisant les champs et en augmentant leur intensité, jusqu’à trois fois supérieure, par rapport au cas sans effet Nernst (voir les points correspondants au cas sans effet Nernst sur la figure 4.13).

Les figures 4.17 et 4.18 montrent en revanche l’influence négligeable sur le champ des autres effets (Hall et diffusion résistive) sur l’évolution du champ magnétique.

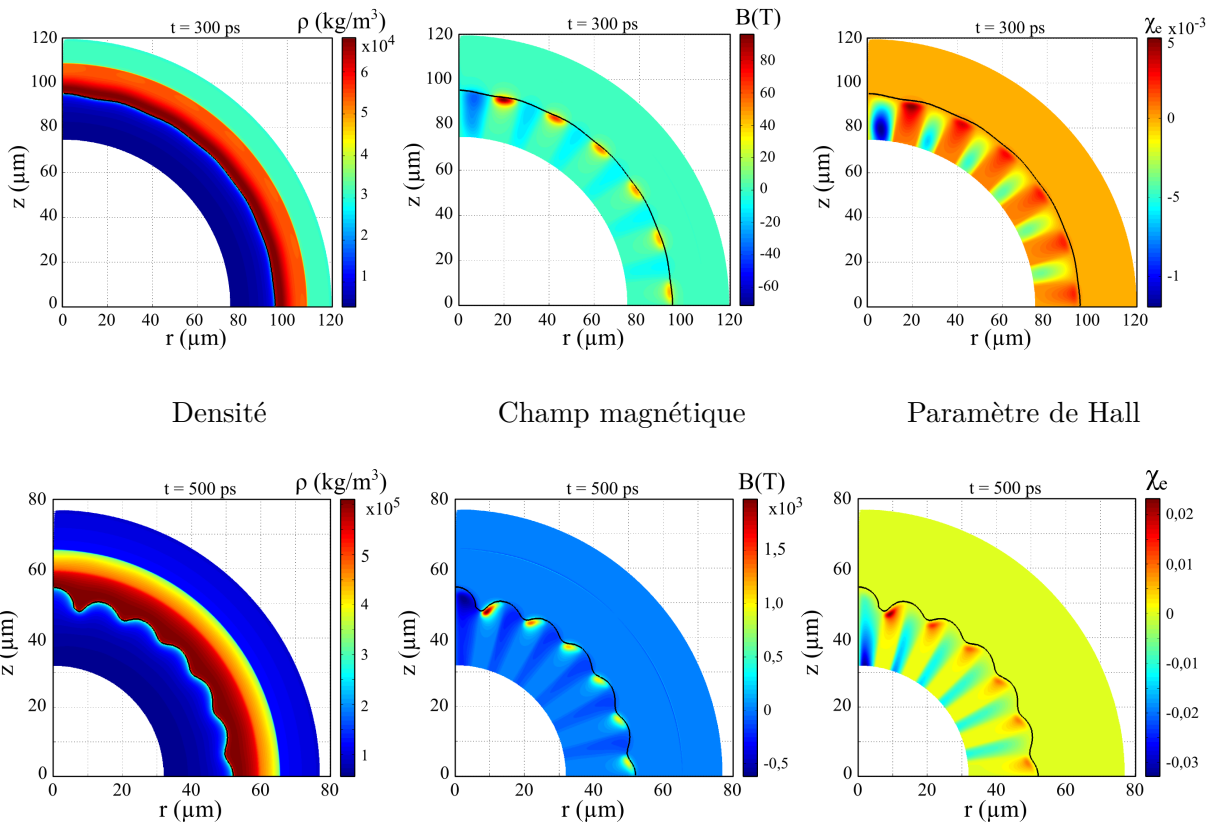


FIGURE 4.17 – Densité, champ et paramètre de Hall issus d’une simulation sans l’effet Hall (le terme  $\nabla \times (\mathbf{J} \times \mathbf{B})$  dans l’équation d’évolution du champ magnétique (1.43)), à 300 ps et 500 ps pour  $l_0 = 24$  et  $a_0 = 1 \mu\text{m}$ .

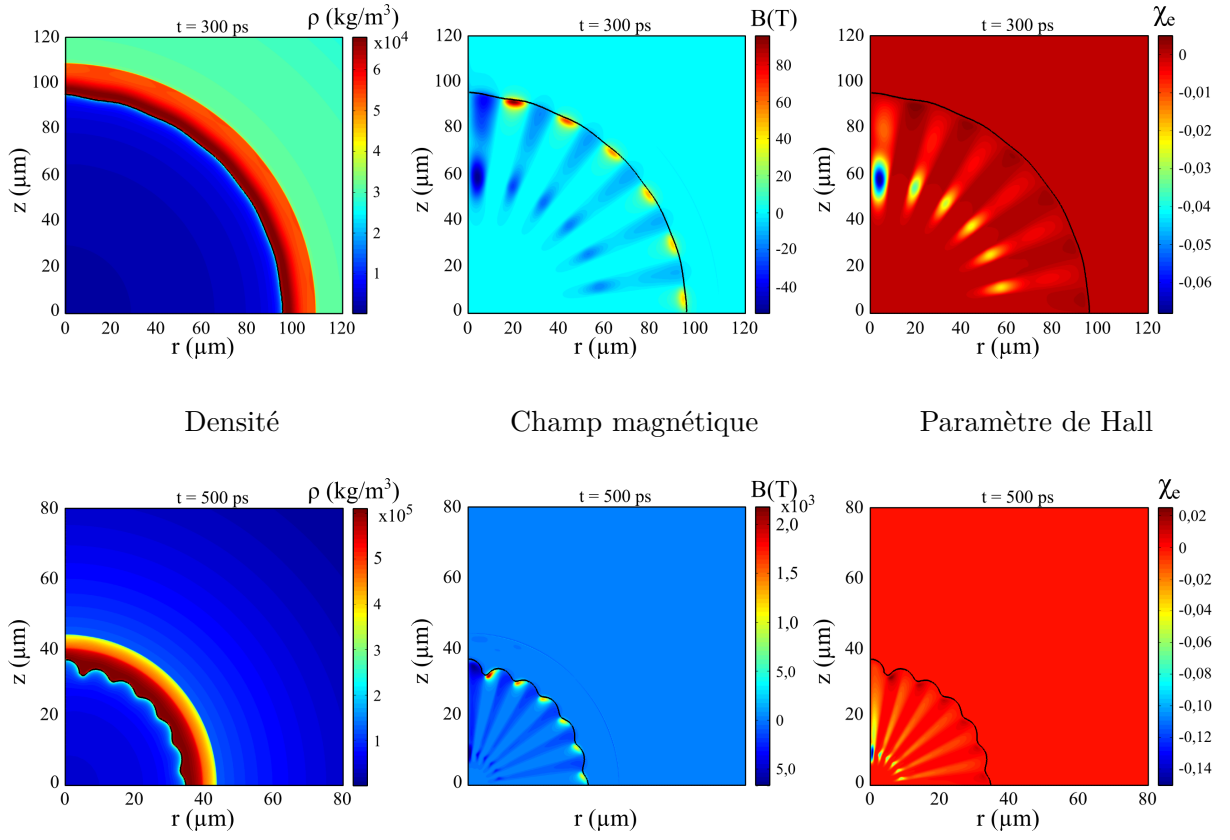


FIGURE 4.18 – Densité, champ et paramètre de Hall issus d’une simulation sans le terme de diffusion résistive :  $\nabla \times \bar{\rho} \mathbf{J}$  dans l’équation (1.43). Ces cartographies ont été obtenues à 300 ps et 500 ps pour  $l_0 = 24$  et  $a_0 = 1 \mu\text{m}$ .

### 4.3.2 Effet des champs magnétiques sur l'IRT

Le champ magnétique généré peut *a priori* agir sur l'instabilité en modifiant l'écoulement hydrodynamique et en affectant le transport qui va jouer sur la stabilisation ablative.

Pour tester l'influence directe du champ sur l'écoulement, nous avons représenté sur la figure 4.19 une cartographie du paramètre  $\tilde{\beta}$  (voir équation (4.4)).

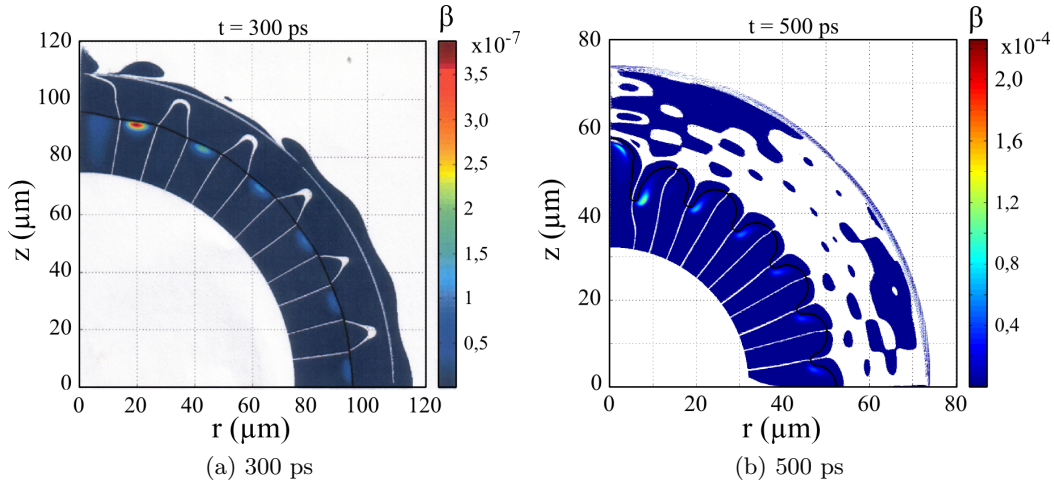


FIGURE 4.19 – Représentation du rapport des pressions magnétique sur cinétique à 300 ps (a) et 500 ps (b). Les faibles valeurs de  $\tilde{\beta}$  montrent la faible influence du champ sur l'écoulement. La courbe noire représente le rayon du point chaud.

Les valeurs très faibles de  $\tilde{\beta}$  montrent que le plasma n'est pas magnétisé, même localement, malgré les champs de plusieurs centaines de tesla. Cela est dû à la pression colossale qui règne dans la cible : au front d'ablation, vers 550 ps, la pression vaut presque 400 Gbar du centre de la cible. Le champ n'influence donc pas directement l'écoulement. On peut rapprocher ce résultat du comportement de l'instabilité de Rayleigh-Taylor classique avec un champ magnétique perpendiculaire à la surface de séparation des deux milieux. Selon l'expression (1.52) (page 31) du taux de croissance, la correction du taux classique est en  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{k}$  et est donc nulle dans notre configuration.

On peut aussi se demander pourquoi la stabilisation des perturbations n'est pas modifiée puisque l'ablation, qui a tendance à stabiliser la croissance de l'amplitude des perturbations, est directement liée à la conductivité qui est susceptible d'être significativement modifiée par le champ magnétique. Cette modification se fait via le paramètre de Hall, défini par (1.28) au chapitre 1 :

$$\chi_\alpha = \omega_\alpha \tau_{\alpha\beta} = \frac{|q_\alpha| B}{m_\alpha} \frac{1}{\nu_{\alpha\beta}}$$

où  $\alpha$  représente les ions ou électrons (et  $\beta$  le contraire), et  $\nu_{\alpha\beta}$  la fréquence de collision des particules d'espèce  $\alpha$  avec les particules  $\beta$ . En utilisant l'expression de la fréquence de

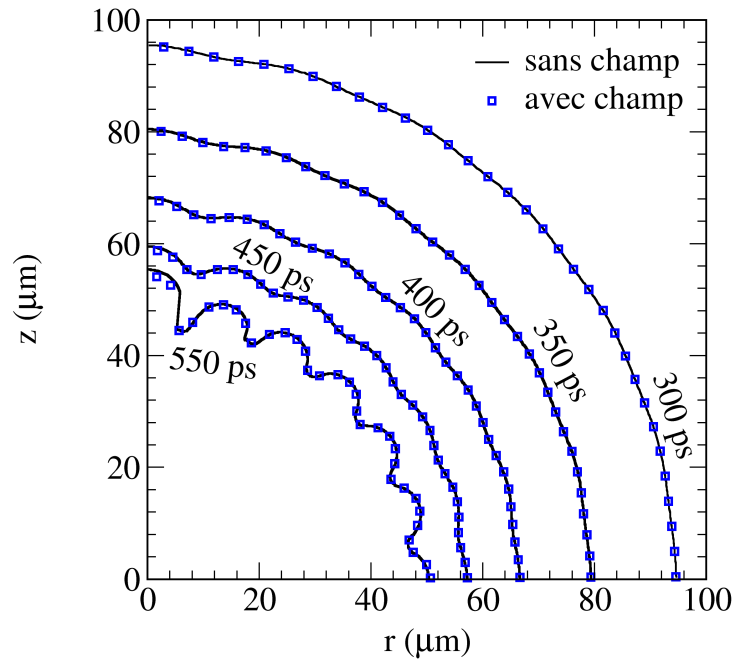


FIGURE 4.20 – Superposition des contours du front d’ablation à  $t = 300, 350, 400, 450$  et  $550$  ps, avec et sans champs auto-générés pour une initialisation avec un mode  $l_0 = 24$  et une amplitude de  $a_0 = 1 \mu\text{m}$ .

collision (1.15) :

$$\nu_{ei} = \frac{Z^2 e^4 n_i \ln \Lambda}{3 \epsilon_0^2 \sqrt{m_e} (2 \pi k_B T_e)^{\frac{3}{2}}}$$

on peut relier l'expression du paramètre de Hall électronique aux seules variables de température électronique, de densité, et de vitesse auxquelles on a accès en sortie du code HADES :

$$\chi_e = \frac{3 \epsilon_0^2 (2 \pi k_B T_e)^{3/2}}{Z e^3 n_e \sqrt{m_e} \ln \Lambda} B$$

où  $B$  est le champ orthogonal au plan de la figure, et  $\Lambda$  le logarithme coulombien. On a ainsi représenté les cartographies du paramètre de Hall sur la figure 4.15<sup>3</sup>. On précise que nous avons conservé les valeurs algébriques des champs et non l'amplitude. Les cartographies présentent ainsi des paramètres négatifs là où les valeurs de champs sont négatives.

Sans champ, la conductivité thermique pilote le flux de chaleur selon la direction du gradient de température. Le champ casse cette symétrie en introduisant une deuxième direction privilégiée que l'on prend comme direction de référence parallèle ( $\parallel$ ). La direction selon le vecteur considéré (ici le gradient de température) devient la direction perpendiculaire ( $\perp$ ) au champ et on nomme la troisième composante, perpendiculaire aux deux précédentes, la direction croisée ( $\wedge$ ). Rappelons les conductivités thermiques électroniques selon Braginskii [13], données à la section 1.1.2-b) par (1.36) :

$$\begin{aligned} \kappa_{\parallel} &= \frac{n_e k_B T_e}{m_e \nu_{ei}} \gamma_0 \\ \kappa_{\perp} &= \frac{n_e k_B T_e}{m_e \nu_{ei}} \frac{\gamma_1' \chi_e^2 + \gamma_0'}{\Delta} \\ \kappa_{\wedge} &= \frac{n_e k_B T_e}{m_e \nu_{ei}} \frac{\chi_e (\gamma_1'' \chi_e^2 + \gamma_0'')}{\Delta} \end{aligned} \quad (4.6)$$

avec  $\Delta = \delta_0 + \delta_1 \chi_e^2 + \chi_e^4$  (voir la section 1.1.2-b) pour les coefficients numériques  $\gamma$  et  $\delta$ ). Seule la conductivité selon la composante du vecteur parallèle au champ n'est pas modifiée par celui-ci. La figure 1.2 montre que le champ fait baisser la composante perpendiculaire de la conductivité, qui correspond à la seule direction du flux de chaleur lorsqu'il n'y a pas de champ, et fait apparaître une conductivité thermique selon la direction  $\mathbf{h} \times \nabla \mathbf{T}_e$  plus importante lorsque le paramètre de Hall est proche de l'unité (voir la figure 1.2).

Dans notre étude, le gradient de température est perpendiculaire au champ magnétique auto-généré et il n'y a donc pas de flux de chaleur dans la direction parallèle au champ (c'est-à-dire perpendiculaire au plan des figures présentées) et le flux de chaleur est dirigée uniquement selon les directions perpendiculaire et croisée. Les valeurs du paramètre de Hall autour du front d'ablation sur la figure 4.15 ne dépassent pas 0,02 et les courbes des conductivités sur la figure 1.2 permettent de comprendre que la conductivité est sensiblement identique au cas sans champ magnétique. La superposition sur la figure 4.20 des contours du front d'ablation à différent instants, avec et sans auto-génération de champ magnétique le confirme d'ailleurs. Les deux contours sont chaque fois confondus.

3. également sur les figures 4.16, 4.17 et 4.18 pour les options concernées.



## 4.4 Incidence sur le fonctionnement de la cible

Nos simulations à deux dimensions montrent que le développement de l'instabilité de Rayleigh-Taylor en phase de décélération génère des champs magnétiques en accord avec les résultats de Hata *et al.* [35]. Ces champs dont l'amplitude est de quelques milliers de teslas en fin de décélération ne suffisent toutefois pas à influencer l'écoulement de cette phase extrêmement contrainte et la rétroaction sur le développement de l'instabilité est très largement négligeable. Même si l'instabilité en elle-même ne voit pas ses taux de croissance modifiés par les champs qu'elle engendre, ils peuvent influencer la trajectoire des produits du fusion. Les particules  $\alpha$  émises lors des réactions de fusion ont une énergie cinétique de 3,5 MeV. Elles sont non relativistes ( $E_c \ll E_m$ ) et leur rayon de giration peut s'exprimer ainsi :  $r_\alpha \sim \frac{\sqrt{2E_c(\alpha)/m_\alpha}}{2eB/m_\alpha} \sim 270 \mu\text{m}$  par millier de teslas. Le rayon de giration des particules  $\alpha$  est donc environ cinq fois supérieur au rayon du point chaud à la stagnation. Si l'on considère également la localisation restreinte des zones de champs, on peut raisonnablement penser que les champs produits ne vont pas altérer le parcours des particules  $\alpha$ .

*Malgré une transition rapide vers le non-linéaire qui entraîne une auto-génération accrue de champ magnétique, nos simulations montrent que les effets du champ magnétique sur l'instabilité sont négligeables. Nous avons montré que les contraintes très importantes qui règnent dans la cible au niveau du front d'ablation dominant très largement les effets du champ dont l'amplitude semble en premier lieu énorme. Même la conduction thermique n'est que peu modifiée au vue des faibles paramètres de Hall obtenus à la stagnation. Enfin, les directions radiales centrées autour du maximum des ventres des perturbations constituent des directions privilégiées pour les particules  $\alpha$  qui s'enroulent autour, et peuvent subir ainsi un ralentissement moins important en restant dans le combustible peu dense et éventuellement traverser la coquille si l'amplitude des perturbations est de l'ordre de l'épaisseur de la coquille moins le libre parcours de particules. Toutefois, les champs magnétiques nécessaires pour le confinement à l'intérieur des lobes sont supérieurs d'un ordre de grandeur au moins à celui observé et on ne peut prédire de conséquences quelconques des champs générés sur le fonctionnement de la cible à moins par exemple que son rayon à la stagnation soit beaucoup plus important.*



# CONCLUSIONS

Les instabilités hydrodynamiques constituent une des problématiques majeures dans l'accomplissement de la fusion par confinement inertiel. Elles compromettent le gain du processus et sont l'objet de nombreuses études. La particularité de ce travail de thèse a été d'analyser l'influence du champ magnétique sur l'instabilité de Rayleigh-Taylor et sur celle de Richtmyer-Meshkov.

La première partie de cette thèse traite de l'instabilité de Richtmyer-Meshkov en présence de champ magnétique. Nous avons étudié l'effet du champ et de la compressibilité sur l'évolution de l'amplitude des perturbations au cours du temps en régime linéaire. En linéarisant les équations de la MHD idéale, compressible, nous avons obtenu une formulation générale de l'évolution spatiale et temporelle des perturbations. Elle montre qu'il n'y a pas d'effet du champ magnétique sur le comportement de l'instabilité s'il est perpendiculaire à la fois à la direction de propagation de choc et au vecteur d'onde des perturbations. Le champ magnétique agit néanmoins sur les vitesses de propagation des ondes transmises et réfléchies à l'interface. Dans la configuration où le champ magnétique est parallèle au vecteur d'onde des perturbations, nos simulations numériques avec le code `LPC-MHD`, développé au CEA, ont mis en évidence, non plus la croissance linéaire de l'amplitude des perturbations (lorsqu'il n'y a pas de champ) mais leurs oscillations avec une fréquence et une amplitude dépendantes du nombre d'onde et de l'amplitude du champ. Ce résultat est confirmé par un modèle impulsionnel et incompressible existant dans la littérature. Nous montrons ainsi que les effets de la compressibilité sur le comportement de l'instabilité de Richtmyer-Meshkov sont négligeables.

Dans la deuxième partie de la thèse, nous avons considéré l'instabilité de Rayleigh-Taylor au front d'ablation en phase d'accélération. Depuis une trentaine d'années, la plupart des modélisations de cette instabilité, qu'elles soient numériques ou analytiques sous l'hypothèse d'isobaricité dans la détente du plasma, ont abouti aux modèles de Takabe, de Goncharov-Betti et de Masse. À l'aide du code numérique `FCI2`, nous avons simulé cette phase instable en géométrie plane, à deux dimensions et commencé par comparer les

---

taux de croissance de l'instabilité aux modèles existants. Seul un accord qualitatif a été trouvé. Par ailleurs, l'approximation isobare ne permet pas de rendre compte de l'auto-génération de champ magnétique par les gradients croisés de température et de pression, alors que cette configuration particulière existe dès que se développe une perturbation. Nous nous sommes intéressés aux écarts induits par cette contribution par rapport aux modèles cités. Nous avons obtenu le début d'une courbe de taux de croissance relative au développement de l'instabilité en présence de champs magnétiques auto-générés quasi similaire au cas sans champ. La quantification de ces champs a montré qu'ils ne sont pas assez intenses pour pouvoir modifier le comportement hydrodynamique de l'écoulement de base. La densité volumique d'énergie magnétique dans le fluide est en effet localement inférieure de plusieurs ordres de grandeur à la pression cinétique. Toutefois, l'influence du champ magnétique sur la conductivité thermique électronique devrait modifier le mécanisme d'ablation qui introduit une coupure aux faibles longueurs d'ondes. À plus forte accélération et aux plus grands modes, les dernières simulations montrent un léger décrochement du taux de croissance avec l'auto-génération de champ magnétique qui va dans ce sens. Nous avons tenté de modéliser cette influence du champ en adaptant le modèle de Masse qui considère l'effet de l'anisotropie de la diffusion thermique sur le comportement de l'instabilité de Rayleigh-Taylor au front d'ablation. Les champs magnétiques introduisant une direction privilégiée, nous avons construit, dans la limite des faibles paramètres de Hall, une relation entre les champs magnétiques auto-générés et le coefficient d'anisotropie. Nous n'avons toutefois pas réussi à rendre le modèle complètement auto-consistant. De plus, seule l'évaluation des champs auto-générés a été prise en compte, sans considérer la diffusion, la convection ou les autres effets et les résultats obtenus ne donnent qu'une tendance qualitative.

Enfin, aux temps suffisamment longs pour entrer dans le régime non linéaire de développement de l'instabilité, une analyse de Fourier des perturbations au cours du temps dans nos simulations numériques mono mode a révélé la prédominance de la troisième harmonique du mode fondamental initialisé, lorsque l'auto-génération de champ magnétique est activée.

La dernière partie concerne la phase de décélération du processus de fusion par confinement inertiel. Plusieurs études rapportent le comportement de l'instabilité lors de la décélération. Temporal *et al.* notamment, ont montré que l'écoulement hydrodynamique contraint l'instabilité de Rayleigh-Taylor aux grandes longueurs d'ondes et que son comportement diffère du modèle de Goncharov-Betti appliqué à cette phase du processus. Nous avons utilisé dans ce chapitre le code eulérien **HADES**, qui prend en compte la géométrie sphérique du problème en deux dimensions sans réaction de fusion mais avec conduction thermique et la possibilité d'activer l'auto-génération de champs magnétiques. La simulation du développement de l'instabilité sans champ magnétique a montré des taux de croissance du même ordre de grandeur que ceux de Temporal *et al.* En activant l'auto-génération de champs nous avons trouvé des intensités de champ magnétique de l'ordre de la centaine de tesla en accord avec la publication de Hata *et al.* Toutefois, malgré ces intensités, nous n'avons relevé aucune différence sur le comportement temporel de l'amplitude des perturbations, en régime linéaire, par rapport au cas sans champ. Nous montrons que les contraintes considérables qui règnent dans cette phase, où des compressions de près d'un facteur 1000 sont atteintes, s'avèrent largement au dessus des effets sur les perturbations du front d'ablation engendrés par le champ magnétique. Par ailleurs, les conditions

sont réunies pour avoir une très forte fréquence de collision : les températures sont peu supérieures à celles de la phase d'accélération et les densités sont beaucoup plus importantes. Le paramètre de Hall qui pilote le transport du flux de chaleur et donc l'ablation qui pourrait modifier le comportement de l'instabilité, reste par conséquent très faible. Nous avons également montré que l'aspect quasi linéaire de l'instabilité n'est pas non plus modifié par le champ. D'autre part les effets sur le fonctionnement hydrodynamique de la cible sont également exclus. Par contre, le champ magnétique aurait tendance à rallonger le parcours des particules  $\alpha$  dans le point chaud qui seraient plus facilement interceptées par la coquille de DT comprimée autour qui possède a priori les pré-requis nécessaires à leur capture sans ralentissement préalable.

Ce travail affine les réponses sur cette problématique à savoir que des champs intenses sont clairement générés lors du processus mais ne semblent pas altérer le comportement linéaire de l'instabilité de Rayleigh-Taylor, que ce soit en phase d'accélération ou en phase de décélération. Plusieurs perspectives se dégagent de cette thèse. La complétion des courbes de taux de croissance en phase d'accélération s'avère très intéressante puisque l'on peut s'attendre à obtenir une modification de la coupure. On pourrait également envisager une résolution numérique du système des équations de la MHD résistive que nous avons linéarisé, pour tenter d'analyser les différences avec les modèles isobares et avoir un comparatif aux courbes de taux de croissance. Cette méthode nous affranchirait de la transition au régime non linéaire. Des calculs dédiés à l'effet des champs magnétiques sur la transition au régime non linéaire pourraient également approfondir cette étude sur le comportement de l'instabilité.



## ANNEXE

### A

# OBTENTIONS DES ÉQUATIONS MHD

Nous développons ici les calculs qui, à partir des équations de transport (1.8), (1.9) et (1.10), nous ont conduit aux équations (1.17), (1.18), (1.24) et (1.43).

Les calculs sont basés sur la relation de quasi-neutralité  $n_e = Z_i n_i$ . On considère également un plasma non relativiste (on pourra ainsi négliger le courant de déplacement dans l'équation de Maxwell-Ampère). Les définitions de la densité moyenne  $\rho$ , de la vitesse moyenne  $\mathbf{u}$  et de la densité de courant  $\mathbf{J}$  deviennent :

$$\begin{aligned}\rho &= \rho_e + \rho_i \\ &= m_e n_e + m_i n_i \\ &= n_e \left( m_e + \frac{m_i}{Z_i} \right)\end{aligned}\tag{A.1}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{u} &= (\rho_e \mathbf{u}_e + \rho_i \mathbf{u}_i) / \rho \\ &= \frac{Z_i m_e \mathbf{u}_e + m_i \mathbf{u}_i}{Z_i m_e + m_i}\end{aligned}\tag{A.2}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{J} &= -en_e \mathbf{u}_e + Z_i en_i \mathbf{u}_i \\ &= en_e (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) \\ \implies (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) &= \frac{\mathbf{J}}{en_e}\end{aligned}\tag{A.3}$$

A l'aide de l'équation (A.2), on écrit :

$$\mathbf{u}_e = \frac{Z_i m_e + m_i}{Z_i m_e} \mathbf{u} - \frac{m_i}{Z_i m_e} \mathbf{u}_i \quad (\text{A.4a})$$

$$\text{et } \mathbf{u}_i = \frac{Z_i m_e + m_i}{m_i} \mathbf{u} - \frac{Z_i m_e}{m_i} \mathbf{u}_e \quad (\text{A.4b})$$

que l'on peut injecter dans la relation (A.3) pour obtenir les expressions de  $\mathbf{u}_e$  et  $\mathbf{u}_i$  en fonction de  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{J}$  :

$$\mathbf{u}_e = \mathbf{u} - \frac{m_i}{Z_i m_e + m_i} \frac{\mathbf{J}}{en_e} \quad (\text{A.5a})$$

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{u} + \frac{Z_i m_e}{Z_i m_e + m_i} \frac{\mathbf{J}}{en_e} \quad (\text{A.5b})$$

## A.1 Conservation de la masse

En sommant membre à membre l'équation de transport du moment d'ordre 0 de  $f_\alpha$  (1.8) pour chaque espèce de particule multipliée par  $m_\alpha$ , on obtient directement, compte tenu des définitions (A.1) et (A.2), l'équation de conservation de la masse (1.17) :

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (\text{A.6})$$

## A.2 Conservation de la quantité de mouvement

La conservation de la quantité de mouvement du fluide MHD (1.18) peut s'obtenir à partir de l'équation (1.9) que nous rappelons :

$$n_\alpha m_\alpha (\partial_t + \mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) \mathbf{u}_\alpha + \nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}}_\alpha - Z_\alpha n_\alpha e (\mathbf{E} + \mathbf{u}_\alpha \times \mathbf{B}) = \sum_\beta \mathbf{R}_{\alpha\beta} \quad (\text{A.7})$$

en calculant : (1.9) $_{|\alpha=i} + (1.9)_{|\alpha=e}$ .

On a, avec l'hypothèse de quasi-neutralité et les propriétés sur les termes de frictions (1.6c) :

$$\begin{aligned} n_e \left( m_e \partial_t \mathbf{u}_e + \frac{m_i}{Z_i} \mathbf{u}_i \right) + m_e n_e (\mathbf{u}_e \cdot \nabla) \mathbf{u}_e + \frac{m_i}{Z_i} n_e (\mathbf{u}_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_i + \nabla \cdot (\bar{\bar{\mathbf{P}}}_e + \bar{\bar{\mathbf{P}}}_i) \\ - en_e (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) \times \mathbf{B} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Calculons le terme  $\rho \partial_t \mathbf{u}$ . Avec (A.2), il vient :

$$\rho \partial_t \mathbf{u} = \rho \frac{1}{Z_i m_e + m_i} (Z_i m_e \partial_t \mathbf{u}_e + m_i \partial_t \mathbf{u}_i)$$



Nous développons maintenant le terme  $\rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$  :

$$\begin{aligned}
 \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} &= \frac{\rho}{(Z_i m_e + m_i)^2} ((Z_i m_e \mathbf{u}_e + m_i \mathbf{u}_i) \cdot \nabla) (Z_i m_e \mathbf{u}_e + m_i \mathbf{u}_i) \\
 &= n_e \frac{\left(m_e + \frac{m_i}{Z_i}\right) Z_i^2}{(Z_i m_e + m_i)^2} \left( m_e^2 (\mathbf{u}_e \cdot \nabla) \mathbf{u}_e + \frac{m_i^2}{Z_i} (\mathbf{u}_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_i \right. \\
 &\quad \left. + \frac{m_e m_i}{Z_i^2} ((\mathbf{u}_e \cdot \nabla) \mathbf{u}_i + (\mathbf{u}_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_e) \right) \\
 &= \frac{n_e Z_i}{Z_i m_e + m_i} \left( m_e \left( m_e + \frac{m_i}{Z_i} \right) (\mathbf{u}_e \cdot \nabla) \mathbf{u}_e - \frac{m_e m_i}{Z_i} (\mathbf{u}_e \cdot \nabla) \mathbf{u}_e \right. \\
 &\quad \left. + \frac{m_i}{Z_i} \left( m_e + \frac{m_i}{Z_i} \right) (\mathbf{u}_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_i - \frac{m_e m_i}{Z_i} (\mathbf{u}_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_i \right. \\
 &\quad \left. + \frac{m_e m_i}{Z_i} ((\mathbf{u}_e \cdot \nabla) \mathbf{u}_i + (\mathbf{u}_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_e) \right) \\
 &= n_e \left( m_e (\mathbf{u}_e \cdot \nabla) \mathbf{u}_e + \frac{m_i}{Z_i} (\mathbf{u}_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_i - \frac{m_e m_i}{Z_i m_e + m_i} ((\mathbf{u}_e \cdot \nabla) \mathbf{u}_e \right. \\
 &\quad \left. + (\mathbf{u}_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_i - (\mathbf{u}_e \cdot \nabla) \mathbf{u}_i - (\mathbf{u}_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_e) \right)
 \end{aligned}$$

Donc on a :

$$\rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = n_e \left( m_e (\mathbf{u}_e \cdot \nabla) \mathbf{u}_e + \frac{m_i}{Z_i} (\mathbf{u}_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_i \right) + \frac{m_e m_i}{Z_i m_e + m_i} (\mathbf{J} \cdot \nabla) \frac{\mathbf{J}}{e^2 n_e} \quad (\text{A.9})$$

On peut faire apparaître la fréquence plasma électronique :

$$\omega_{pe}^2 = \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0} \quad (\text{A.10})$$

pour retrouver l'expression de conservation de la quantité de mouvement (1.18) à partir des développements (A.8) et (A.9) et en utilisant  $Z_i m_e \ll m_i$  :

$$\rho (\partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla \cdot \overline{\overline{\mathbf{P}}} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \frac{1}{\epsilon_0} (\mathbf{J} \cdot \nabla) \frac{\mathbf{J}}{\omega_{pe}^2}$$

Le dernier terme est souvent négligé puisque les deux termes sont dans un rapport  $L^2 \omega_{pe}^2 / c^2$  qui devient très grand si la distance caractéristique est très supérieure à la longueur de London  $\lambda_P = c / \omega_{pe}$ . Or avec une densité électronique de  $10^{22} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\lambda_P \sim 10^{-7} \text{ cm}$  et donc pour des longueurs de quelques dizaines de nanomètres la force de Lorentz domine nettement et on retrouve (1.18) :

$$\rho (\partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla \cdot \overline{\overline{\mathbf{P}}} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (\text{A.11})$$

### A.3 La loi d'Ohm généralisée

Pour obtenir la loi d'Ohm généralisée (1.19), on calcule  $Z_i m_e$  (1.9)| $_{\alpha=i}$  -  $m_i$  (1.9)| $_{\alpha=e}$ , qui donne avec (A.5), (A.4b) et (1.6c) :

$$\begin{aligned} m_e m_i n_e \partial_t \frac{\mathbf{J}}{en_e} + m_e m_i n_e \left( \left( \mathbf{u} + \frac{Z_i m_e}{Z_i m_e + m_i} \frac{\mathbf{J}}{en_e} \right) \cdot \nabla \right) \mathbf{u}_i \\ + m_e m_i n_e \left( \left( \mathbf{u} + \frac{m_i}{Z_i m_e + m_i} \frac{\mathbf{J}}{en_e} \right) \cdot \nabla \right) \mathbf{u}_e = -Z_i m_e \nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}}_i + m_i \nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}}_e \\ + en_e (Z_i m_e + m_i) \mathbf{E} + Z_i m_e en_e \left( \mathbf{u} + \frac{Z_i m_e}{Z_i m_e + m_i} \frac{\mathbf{J}}{en_e} \right) \times \mathbf{B} \\ + m_i en_e \left( \mathbf{u} - \frac{m_i}{Z_i m_e + m_i} \frac{\mathbf{J}}{en_e} \right) \times \mathbf{B} - (Z_i m_e + m_i) \mathbf{R}_{ei} \end{aligned}$$

D'où, en remplaçant encore une fois  $\mathbf{u}_e$  et  $\mathbf{u}_i$  par leur expression (A.5) puis en simplifiant :

$$\begin{aligned} m_e m_i n_e \left( (\partial_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)) \frac{\mathbf{J}}{en_e} + \left( \frac{\mathbf{J}}{en_e} \cdot \nabla \right) \mathbf{u} + \frac{Z_i m_e - m_i}{Z_i m_e + m_i} \left( \frac{\mathbf{J}}{en_e} \cdot \nabla \right) \frac{\mathbf{J}}{en_e} \right) \\ = -Z_i m_e \nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}}_i + m_i \nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}}_e + en_e (Z_i m_e + m_i) (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \\ + (Z_i m_e - m_i) \mathbf{J} \times \mathbf{B} - (Z_i m_e + m_i) \mathbf{R}_{ei} \end{aligned}$$

En divisant par  $en_e m_i$  et en utilisant  $m_e \ll m_i$ , on a, au premier ordre :

$$\begin{aligned} \frac{m_e}{e} (\partial_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)) \frac{\mathbf{J}}{en_e} + \frac{m_e}{e} \left( \frac{\mathbf{J}}{en_e} \cdot \nabla \right) \left( \mathbf{u} - \frac{\mathbf{J}}{en_e} \right) = \frac{1}{en_e} \nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{P}}}_e + \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} \\ - \frac{1}{en_e} \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \frac{1}{en_e} \mathbf{R}_{ei} \end{aligned}$$

De même que pour la conservation de la quantité de mouvement, on peut montrer que le membre de gauche est très faible devant celui de droite. En négligeant la viscosité, on obtient donc :

$$\frac{1}{en_e} \nabla p_e + \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} - \frac{1}{en_e} \mathbf{J} \times \mathbf{B} = \frac{1}{en_e} \mathbf{R}_{ei} \quad (\text{A.12})$$

Le calcul des coefficients de transport en présence de champ magnétique est effectué dans la référence [13]. Braginskii y donne notamment l'expression de  $\mathbf{R}_{ei}$ . Ce transfert d'impulsion des électrons aux ions lors des collisions est constitué d'une force de friction  $\mathbf{R}_u$  et d'une force thermique  $\mathbf{R}_T$  dont les composantes sont modifiées par le champ magnétique :

$$\mathbf{R}_{ei} = \mathbf{R}_u + \mathbf{R}_T \quad (\text{A.13})$$

$$\mathbf{R}_u = +en_e \bar{\bar{\rho}} \cdot \mathbf{J} \quad (\text{A.14})$$

$$\mathbf{R}_T = -n_e \bar{\bar{\beta}} \cdot \nabla k_B T_e \quad (\text{A.15})$$

$\bar{\bar{\rho}}$  est le tenseur de résistivité et  $\bar{\bar{\beta}}$  le tenseur thermoélectrique. La loi d'Ohm généralisée devient donc :

$$\frac{1}{en_e} \nabla p_e + \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} - \frac{1}{en_e} \mathbf{J} \times \mathbf{B} = \bar{\bar{\rho}} \cdot \mathbf{J} - \frac{\bar{\bar{\beta}}}{e} \cdot \nabla k_B T_e \quad (\text{A.16})$$

## A.4 Conservation de l'énergie totale

L'énergie totale contient l'énergie électromagnétique présente dans le plasma. On fait donc intervenir les équations de Maxwell qui dans notre plasma s'écrivent :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{A.17a})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B} \quad (\text{A.17b})$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (\text{A.17c})$$

En restant consistant avec l'approximation MHD, on a négligé le courant de déplacement dans l'équation de Maxwell-Ampère. L'équation de Poisson ne sert pas ici puisque la densité de charge est considérée comme quasi-nulle. On peut écrire :

$$\begin{aligned} (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{E} &= \mu_0 \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} \\ \text{et } -(\nabla \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{B} &= \frac{1}{2} \partial_t B^2 \\ \implies \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} &= -\frac{1}{\mu_0} \nabla \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{E}) - \partial_t \frac{B^2}{2\mu_0} \end{aligned}$$

En posant

$$\mathbb{E} = \frac{1}{en_e} \nabla p_e + \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}$$

en introduisant le vecteur de Poynting,  $\mathbb{P} = \frac{1}{\mu_0} \mathbb{E} \times \mathbf{B}$ , associé à ce champ, en utilisant la loi d'Ohm (A.16) dans la somme des équations de conservation de l'énergie sur les espèces (1.4) et en considérant les relations de conservation (1.6), on a alors :

$$\begin{aligned} \rho (\partial_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)) \left( \epsilon + \frac{u^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0 \rho} \right) &= -\nabla \cdot \left( \left( p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) \mathbf{u} + \mathbb{P} + \mathbf{q} - \frac{(\mathbf{B} \cdot \mathbf{u}) \mathbf{B}}{\mu_0} \right) \\ &\quad + \nabla \cdot \left( \frac{5}{2e} k_B T_e \mathbf{J} + \frac{1}{en_e} \nabla p_e \times \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \right) \quad (\text{A.18}) \end{aligned}$$

## A.5 Équation d'évolution du champ magnétique

Cette dernière équation, qui fait apparaître le processus d'auto-génération de champs magnétiques par le plasma, s'obtient à partir de l'équation de Maxwell-Faraday (A.17b) dans laquelle on remplace  $\mathbf{E}$  par l'expression issue de la loi d'Ohm généralisée (A.16) :

$$\partial_t \mathbf{B} = -\nabla \times \mathbf{E} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \nabla \times \left( \frac{1}{en_e} \mathbf{J} \times \mathbf{B} \right) - \nabla \times \bar{\bar{\rho}} \cdot \mathbf{J} + \nabla \times \left( \frac{\bar{\bar{\beta}}}{e} \cdot \nabla k_B T_e \right) + \nabla \times \left( \frac{1}{en_e} \nabla p_e \right)$$

Si on écrit la pression comme le produit  $p_e = n_e k_B T_e$ , on obtient l'équation d'évolution du champ magnétique :

$$\partial_t \mathbf{B} - \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) = -\nabla \times \bar{\bar{\rho}} \cdot \mathbf{J} - \nabla \times \left( \frac{\mathbf{J}}{en_e} \times \mathbf{B} \right) + \nabla \times \left( \frac{\bar{\bar{\beta}}}{e} \cdot \nabla k_B T_e \right) + \frac{1}{e} \nabla k_B T_e \times \nabla \ln(n_e) \quad (\text{A.19})$$

Le deuxième terme du membre de gauche représente la convection du champ magnétique avec le fluide. Dans le membre de droite, on trouve, dans l'ordre, la diffusion résistive du champ (d'après (A.17c),  $\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B}/\mu_0$ ), l'effet Hall, l'effet Nernst et le terme source auto-généré par les gradients croisés de températures et densité électronique.

## ANNEXE

### B

# PRÉCISIONS SUR L'UTILISATION DE LPC-MHD

Le code LPC-MHD est un code hydrodynamique lagrangien qui résout les équations fluides à 1 dimension et parallèlement les équations aux perturbations à trois dimensions. L'initialisation d'une simulation se fait dans une boîte de longueur  $l$  avec l'interface perturbée au centre. On peut modifier les variables fluides de part et d'autre de l'interface.

## B.1 Initialisation de la configuration de l'IRM

Dans l'étude de l'IRM, il faut initialiser la propagation d'une onde de choc. Pour la créer, nous avons initialisé la boîte avec une condition de mur sur le bord gauche et une condition de flux à droite. Nous avons fixé ensuite aux deux fluides la même vitesse parallèle  $-v_p \vec{e}_z$ , avec  $v_p > 0$  de façon à les projeter contre le bord gauche de la boîte. Celui-ci joue alors le rôle de piston qui évolue dans le fluide avec la vitesse  $v_p \vec{e}_z$  et crée l'onde de choc qui se propage en direction de l'interface. Dans le référentiel des fluides au repos, la vitesse en aval du choc est alors  $v_p \vec{e}_z$ .

Nous avons testé la convergence du taux de croissance de l'IRM sans champ avec deux types de maillages : un uniforme et un à progression géométrique.

## B.2 Étude de convergence

Dans le code, le nombre  $N$  de mailles de la boîte et l'ordre de la méthode de résolution numérique,  $o$ , sont les deux paramètres sur lesquels on peut jouer pour la précision des résultats. Toutefois, le nombre de mailles n'est pas un paramètre très adapté. En effet, nous ferons varier plus tard la longueur d'onde de la perturbation initiale  $\lambda = 2\pi/k$  et

il est plus judicieux de considérer le nombre de mailles par longueur d'onde :  $n = N\lambda/l$ . Nous avons commencé l'étude avec un maillage uniforme.

### B.2.1 Maillage uniforme

Lorsque  $n$  augmente, la précision augmente. Bien sûr, en contre partie, le temps de calcul croît et on cherche donc le nombre de mailles par longueur d'onde minimal pour atteindre la précision fixée. La figure B.1 montre les résultats des taux de croissance pour une même initialisation des variables fluides et suivant les différentes valeurs de  $o$  et  $n$ .

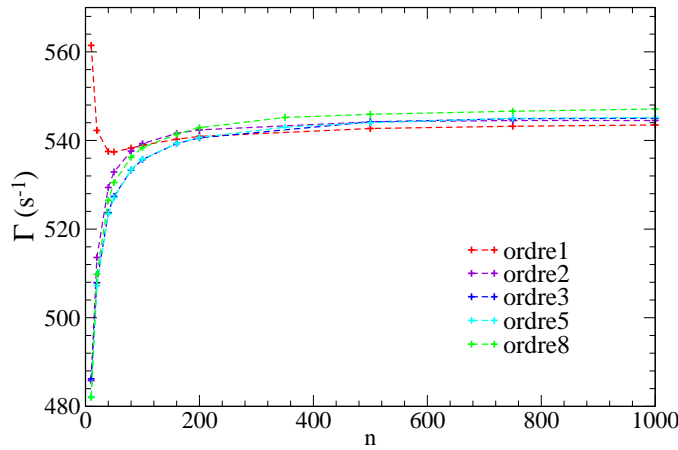


FIGURE B.1 – Courbes de convergence du taux de croissance en fonction du nombre de mailles par longueur d'onde et pour différents ordres.

Les résultats numériques convergent donc à moins de 2% vers  $n = 200$  mailles par longueur d'onde. Les ordres élevés convergent plus rapidement que l'ordre 1 mais pas de la même manière et pour des précisions de 1 à 2%, ils sont équivalents autour de 200 mailles par longueur d'onde.

Cependant, un nombre de mailles par longueur d'onde de 200 reste encore exigeant lorsque la longueur de la boîte est de l'ordre de 1000 fois la longueur d'onde. C'est pour cela que nous avons testé un autre type de maillage.

### B.2.2 Maillage à progression géométrique

Ce maillage a pour but, à nombre de maille donné, de favoriser le raffinement au niveau de l'interface qui nous intéresse. Sur chaque moitié de la boîte, on fixe la longueur de chaque maille suivant une progression géométrique de raison  $q < 1$  à gauche et de raison  $1/q$  à droite. On appelle  $\alpha$ , le paramètre de raffinement de maillage défini comme le rapport de la longueur de la première maille sur la longueur de la maille au niveau de l'interface. Ainsi, avec un paramètre de raffinement de  $\alpha = 0,01$ , on raffinerait 100 fois plus au niveau de l'interface que sur les bords. Une fois la longueur de la boîte, le nombre de mailles total

et  $\alpha$  choisis, on en déduit la raison de la suite géométrique puis la longueur de chaque maille. La figure B.2 représente la convergence du taux de croissance pour  $\alpha = 0,01$ .

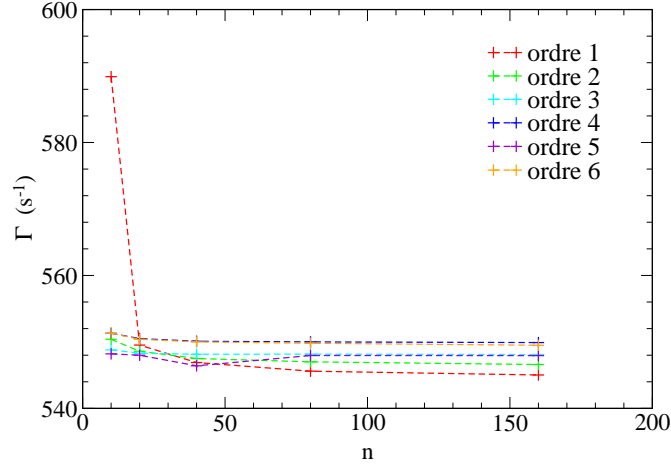


FIGURE B.2 – Courbes de convergence avec un maillage géométrique de paramètre de raffinement  $\alpha = 0,01$ .

La convergence est plus rapide puisque  $n = 40$  à l'ordre 2 suffit ici. Cependant, à  $N$  fixé, si  $\alpha$  est trop faible, on va dégrader la qualité du maillage sur les bords de la boîte, notamment le bord gauche, là d'où provient le choc. On risque alors de diminuer la précision sur les données transportées par l'onde de choc. Cela explique la convergence moins rapide des résultats si l'on prend un paramètre de raffinement trop faible.

Cependant, sur les cas d'accélération d'un fluide lourd sur un léger, les simulations n'aboutissent pas avec ce maillage et les résultats que nous avons présentés sont donc issus d'un maillage uniforme.

### B.3 Quelques tests de base

Pour tester la cohérence du code sans champ magnétique, nous avons commencé par vérifier la propagation d'un choc dans un milieu homogène. Pour différentes valeurs de  $u_{||,1}$ , on peut vérifier dans le tableau B.1 que les résultats numériques correspondent à ceux attendus avec les relations de Rankine-Hugoniot.

Ensuite, nous avons comparé les vitesses de croissance normalisées,  $\Gamma_n = \Gamma/(Dk)$ , données par le modèle impulsif à travers l'équation (1.46), à celles obtenues en calculant la pente des courbes  $a = f(t)$  du code pour différentes initialisations. Le tableau B.2 présente trois comparatifs sur une douzaine de cas testés.

Ainsi, dans l'ensemble, les résultats numériques et théoriques sont cohérents. En présence de champ magnétique, ne connaissant pas de taux de croissance de l'instabilité compressible, nous avons simplement vérifié les relations de Rankine-Hugoniot magnétisées. L'accord entre les valeurs théoriques des variables en aval de l'onde de choc et celles données par le code LPC-MHD sont identiques à quelques pour mille près.

	Test 1		Test2		Test 3	
	$u_{\parallel,1} = 500 \text{ m.s}^{-1}$ $\gamma_s = 1,4$ $\rho_0 = 1,00 \text{ kg.m}^{-3}$ $p_0 = 10^7 \text{ Pa}$		$u_{\parallel,1} = 10^4 \text{ m.s}^{-1}$ $\gamma_s = 1,667$ $\rho_0 = 4,00 \text{ kg.m}^{-3}$ $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$		$u_{\parallel,1} = 10^5 \text{ m.s}^{-1}$ $\gamma_s = 1,4$ $\rho_0 = 0,20 \text{ kg.m}^{-3}$ $p_0 = 10^6 \text{ Pa}$	
	Code	Théorie	Code	Théorie	Code	Théorie
$D(\text{ m.s}^{-1})$	$1,52.10^3$	$1,52.10^3$	$1,33.10^4$	$1,33.10^4$	$1,20.10^7$	$1,20.10^7$
$\rho_1(\text{ kg.m}^3)$	1,49	1,49	$1,60.10^1$	$1,60.10^1$	1,20	1,19
$p_1(\text{ Pa})$	$1,76.10^6$	$1,76.10^6$	$5,34.10^8$	$5,34.10^8$	$2,40.10^9$	$2,40.10^9$

TABLE B.1 – Tableau des vérifications des relations de Rankine-Hugoniot.

	Test 1		Test 2		Test 3	
$\gamma_s$	1,10		3,00		3,00	
$u_{\parallel,1}$	$5,05.10^2$		$3,54.10^4$		9,50	
$p_0$	$1,00.10^6$		$1,00.10^5$		$1,00.10^5$	
$\rho_g$	1,00		4,00		1,00	
$\rho_d$	4,00		$5,00.10^{-1}$		8,00	
$\Gamma_n$	Code	Théorie	Code	Théorie	Code	Théorie
	$1,12.10^{-1}$	$1,13.10^{-1}$	$-3,20.10^{-1}$	$-3,30.10^{-1}$	$6,87.10^{-3}$	$6,86.10^{-3}$

TABLE B.2 – Tableau des vérifications des taux de croissance normalisés. Les résultats sont exprimés en unités SI.



## ANNEXE

### C

# PRÉCISIONS SUR L'UTILISATION DE HADES

## C.1 Résolution maximale dans les calculs

Dans nos calculs, les perturbations du front d'ablation sont initialisées avec des polynômes de Legendre  $P_l(x)$ . Quelques précisions sur leur définition et leur utilisation s'imposent avant d'aborder la résolution en amplitude et longueur d'onde qui leur est associée.

### C.1.1 Les polynômes de Legendre et la géométrie

Le problème que nous voulons étudier est à géométrie sphérique et il consisterait, en trois dimensions, à trouver la forme de la surface d'ablation à différents instants. L'ensemble des harmoniques sphériques  $Y_l^m(\theta, \phi)$  constituent une base de fonctions orthogonales des variables  $\theta$  et  $\phi$  (définies selon la figure C.1 par rapport aux directions cartésiennes  $x, y, z$ ) et sont donc adaptées pour caractériser la surface déformée.

Notre étude est cependant en deux dimensions. Nous n'aurons donc accès qu'à un contour d'ablation et nous serons seulement en mesure de représenter les configurations en trois dimensions qui présentent une symétrie de révolution autour de l'axe  $z$ , donc indépendantes de l'angle  $\phi$  (voir la figure C.1), ce qui se traduit par l'indice  $m = 0$ . La caractérisation de la « surface » d'ablation se fera alors par la décomposition sur des polynômes de Legendre selon (4.2). Les harmoniques sphériques

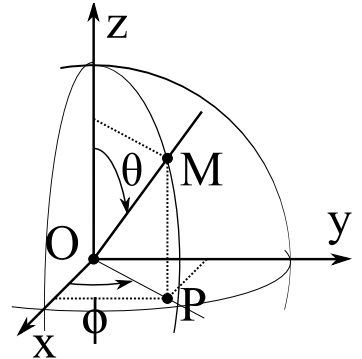


FIGURE C.1 – Angles en géométrie sphérique.

sont en effet reliées aux fonctions de Legendre  $\mathcal{P}_l^m$  par la relation suivante :

$$Y_l^m(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{(l-m)!}{(l+m)!}} \mathcal{P}_l^m(\cos \theta) e^{im\phi}$$

et pour  $m = 0$ , les fonctions de Legendre sont les polynômes de Legendre :  $\mathcal{P}_l^{m=0} = P_l$ . Ces polynômes ne sont définis que sur  $[-1, 1]$ , d'où la dépendance en  $\cos \theta$  pour  $\theta$  entre 0 et  $\pi$ . Chaque  $P_l(x)$  est un polynôme d'ordre  $l$  en  $x$  qui vérifie (i)  $P_l(1) = 1$  et (ii)  $\int_{-1}^1 P_m(x)P_n(x) dx = \frac{2}{2n+1} \delta_{mn}$ , où  $\delta_{mn}$  est le symbole de Kronecker ; on a représenté certains polynômes sur la figure C.2.

La base n'est pas orthonormée ; on a donc multiplié par  $(2n+1)/2$  chaque coefficient associé au polynôme de degré  $n$ , issu de l'intégration des  $P_n R_{hs}$ .

Enfin, nos simulations ne prenant en compte que le quart de plan  $rOz$ , notre résultat est issu de l'intégration sur la moitié seulement de l'intervalle de définition :  $[0, 1]$ . On ne donc prendre en compte que les modes pairs ( $n = 2k$ ) en multipliant encore par deux le résultat :

$$a_{2k} = (4k+1) \int_0^1 P_{2k}(x) \tilde{R}_{hs}(x) dx$$

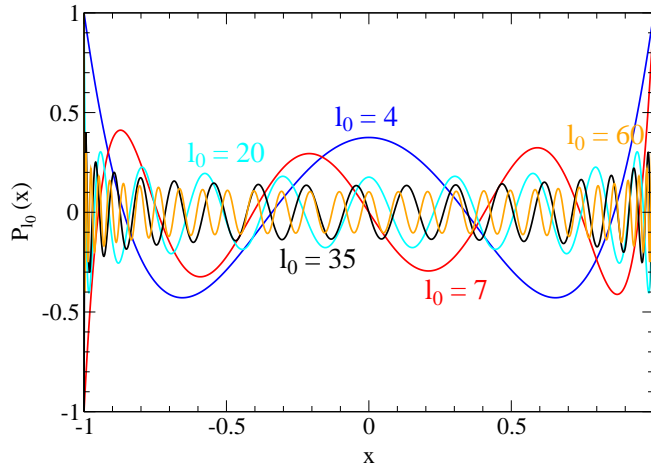


FIGURE C.2 – Quelques polynômes de Legendre.

### C.1.2 « Longueur d'onde » et résolution

L'augmentation du numéro de mode  $l_0$  correspond évidemment à une augmentation du nombre d'extrémums du polynôme (voir la figure C.2). L'intervalle entre deux extrémums, que nous considérons comme une mesure de « longueur d'onde », diminue naturellement. Ainsi se pose le problème de la résolution de notre maillage vis-à-vis des « longueurs d'onde », de plus en plus faibles à mesure que  $l_0$  augmente, car il faut être capable de représenter correctement les différents polynômes pour pouvoir prétendre à une décomposition en modes de Legendre. Pour vérifier notre résolution nous avons tracé sur la

figure C.3 l'écart minimum entre des extrémums de même signe qu'il faut pouvoir résoudre. Pour un polynôme de degré  $l_0 = 100$ , la longueur qu'il faut pouvoir résoudre est d'un peu plus de  $3 \mu\text{m}$ , ce qui nous donne, avec notre résolution de  $0,1 \mu\text{m}$ , une valeur tout à fait raisonnable d'une vingtaine de mailles de largeur, au minimum (lorsque l'inclinaison est proche de  $45^\circ$ ).

### C.1.3 Amplitude des perturbations

Une réflexion parallèle concerne l'amplitude des perturbations. Pour différents modes de Legendre, la figure C.2 montre clairement les variations d'amplitude minimale et maximale. Nous avons déterminé ces deux amplitudes extrêmes  $a_{max}$  et  $a_{min}$  pour chaque mode de Legendre. L'amplitude maximale d'un mode de Legendre est définie comme la moitié de 1 moins<sup>1</sup> la valeur du polynôme en son dernier minimum. L'amplitude minimale est le demi écart entre le maximum et le minimum les plus proches de  $x = 0$  (voir figure C.4).

Nous les avons tracé sur la figure C.5 pour différents modes de Legendre. Les amplitudes minimales chutent à 0,1 ce qui donne, avec  $a_0 = 1 \mu\text{m}$ , des amplitudes crête-à-crête initiales d'au moins  $0,2a_0 = 0,2 \mu\text{m}$ . À  $t = 0$ , on ne pourra donc décrire les amplitudes des polynômes qu'avec quelques mailles au maximum. La résolution de l'amplitude crête-à-crête maximale est toutefois beaucoup plus acceptable avec une dizaine de mailles au minimum à l'initialisation.

## C.2 Amplitudes et non-linéarité

Outre la résolution, une autre limitation sur l'amplitude, mais ici sur la valeur maximale, peut s'appliquer : on peut déterminer l'amplitude maximale d'initialisation pour avoir un développement linéaire à partir de la condition simple :

$$\frac{a}{\lambda} \ll 1 \quad (\text{C.1})$$

Cette relation considère des perturbations sinusoïdales. En la supposant adapté à notre cas, elle peut donner des limites inférieures sur les temps de transitions vers un développement non linéaire

Dans notre cas, mis à part l'amplitude, la longueur d'onde varie également dans le temps et sa valeur est donnée par la relation :  $\lambda(t) = 2\pi R(t)/l_0$ . Étudions d'abord la validité de l'expression (C.1) à  $t = 0$ . Nous initialisons les perturbations lorsque le rayon interne vaut  $R_0 \sim 210 \mu\text{m}$ , avec une amplitude de  $a_0 = 1 \mu\text{m}$ . On peut alors trouver une condition sur les modes  $l_0$  pour que leur régime de croissance soit linéaire à l'initialisation :

$$\frac{a_0}{\lambda_0} \ll 1 \iff \frac{a_0 l_0}{2\pi R_0} \ll 1 \iff l_0 \ll \frac{2\pi R_0}{a_0} \sim 1320$$

Si on considère ne plus pouvoir négliger les effets d'ordre 2 au dessus de un pour cent, on a une marge de 10% pour  $l_0$  et donc on estime le mode  $l_0^{max} \sim 132$  comme le maximum au delà duquel la croissance du mode transitera vers un régime non linéaire dès le début. Considérons maintenant l'évolution temporelle du système. Compte tenu de la croissance attendue de l'instabilité et de la diminution logique du rayon de la face interne, il est clair que choisir un  $l_0 = 132$  fera déroger à (C.1). Sachant que le rayon à la stagnation vaut

1. Tous les polynômes de Legendre valent 1 en  $x = 1$  et il s'agit de leur borne supérieure.

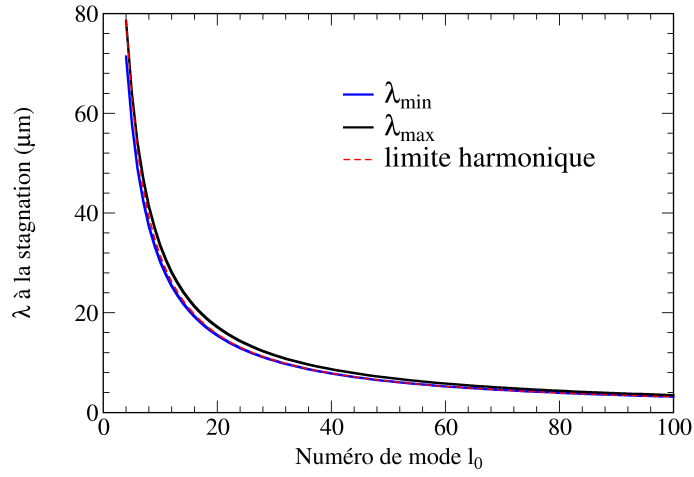


FIGURE C.3 – « Longueur d’onde » minimum (et maximum) de chaque polynôme de Legendre de mode  $l_0$  à la stagnation, déterminée à partir de l’écart angulaire entre les extremums du polynôme et du rayon à la stagnation :  $50 \mu\text{m}$ .

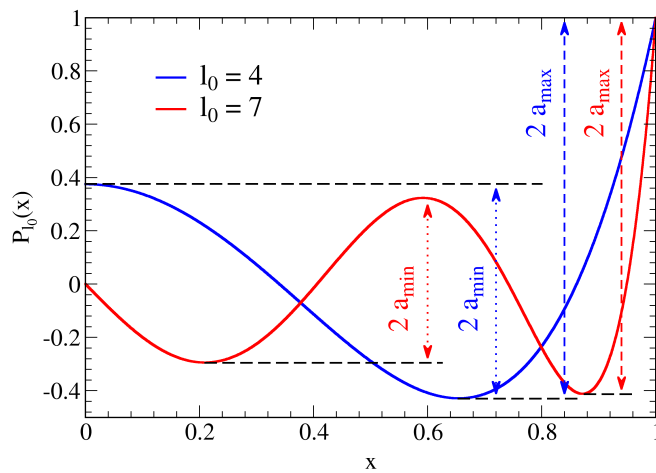


FIGURE C.4 – Définition utilisées pour l’amplitude maximale et l’amplitude minimale d’un mode  $l_0$  donné.

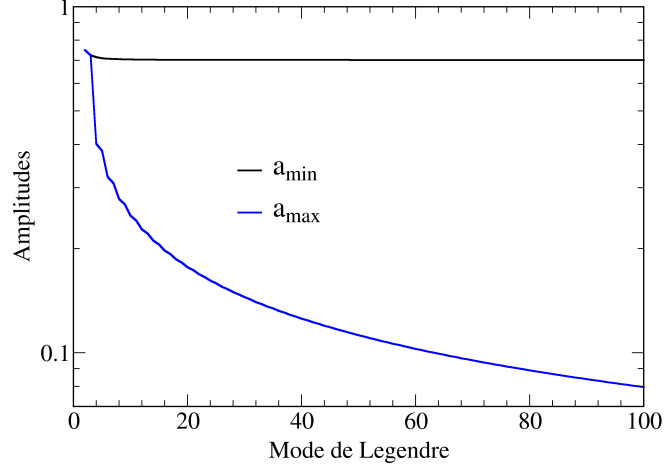


FIGURE C.5 – Évolution de l'amplitude maximale et minimale en fonction du mode de Legendre.

$R_{stag} \sim 50 \mu\text{m}$  et en supposant une amplification d'un facteur  $f$  de l'amplitude initiale, la condition de linéarité à la stagnation s'écrit :

$$\frac{a_{stag}}{\lambda_{stag}} \ll 1 \iff l_0 \ll \frac{2\pi R_{stag}}{f a_0} \sim 314 f^{-1}$$

De même si on suppose qu'en atteignant 10% de  $314 f^{-1}$ , on reste encore dans la limite linéaire, il suffit de prendre  $l_0 < 31,4 f^{-1}$ . Avec en moyenne, dans les simulations, une amplification d'un facteur 10, la croissance est non linéaire dès  $l_0^{max} = 3$ <sup>2</sup>.

Quelle est donc l'amplitude max au delà de laquelle on se trouve en régime plutôt non linéaire ? On ne peut pas prendre directement la formule précédente car le rayon n'est pas celui de la stagnation tout le temps. Il faut tracer directement l'amplitude au cours du temps multipliée par chaque mode, divisée par le rayon et ensuite comparer à 10% de  $2\pi$ . On voit sur la figure C.6 que l'évolution du mode  $l_0 = 40$ , par exemple, devient, selon notre critère, non linéaire autour de 400 ps tandis que celle du mode  $l_0 = 4$  peut être considérée comme linéaire jusqu'à la stagnation.

### C.2.1 Saturation de l'instabilité

On définit la saturation comme la phase où l'accélération de l'amplitude des perturbations<sup>3</sup>,  $\ddot{A}$  devient sensiblement égale à  $g$ , l'accélération subit par les milieux, à l'origine

2. De plus, les modes  $l_0 = 16$  et  $l_0 = 20$  supérieurs à 3 et par conséquent déjà en croissance limitée (puisque non linéaire) par rapport à une croissance linéaire, présente un facteur  $f$  plutôt de l'ordre de 15 à 20.

3. Il faut bien faire le distinguo entre l'accélération des milieux  $g$ , le taux de croissance de l'instabilité  $\gamma$  — constant dans le cas de l'IRT classique — et l'accélération de l'amplitude des perturbations. L'amplitude des perturbations croît selon le taux de croissance  $\gamma$ . Donc  $A(t)$  augmente au cours du temps et on peut chercher sa vitesse de croissance  $\dot{A}$  qui n'est pas  $\gamma$  — mais  $\gamma A(t)$  dans le cas classique — et, de la même manière son accélération  $\ddot{A}$ .

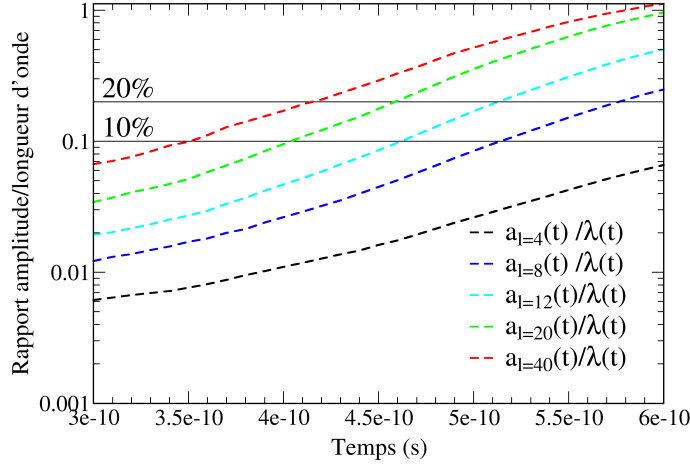


FIGURE C.6 – Évolution, pour chacun des modes d'initialisation  $l_0$ , de la quantité  $a_{l_0}(t)/\lambda_{l_0}(t)$

de l'instabilité. Le fait de considérer une croissance exponentielle en temps de l'amplitude des perturbations implique la relation suivante :

$$\ddot{A}(t) = \frac{d^2 A(t)}{dt^2} = \gamma^2(t) A(t) \quad (C.2)$$

Nous avons calculé ces accélérations (voir la figure C.7) pour voir les temps de transition en phase de saturation par rapport aux estimations des temps de transit en phase non linéaire. Aux vues des courbes, le mode  $l_0 = 40$  entre en saturation autour de 520 ps. Les autres modes n'atteignent pas la saturation.

### C.3 Allure des profils radiaux des perturbations avec et sans champ

Pour voir si les profils spatiaux des perturbations sont modifiés par le champ, nous avons également analysé les profils radiaux des perturbations de densité de la façon suivante. À chaque instant, sur un intervalle  $I_R = [R_{min}(t); R_{max}(t)]$  autour du rayon d'ablation moyen  $R_0(t)$ , nous avons relevé l'amplitude  $A_m(r_i, t)$  des différentes harmoniques du profil de densité  $\rho(r_i, \theta, t)$  selon  $\theta$  à  $r_i$  fixe. Les  $r_i \in I_R$ , avec  $i = 1 \dots N_R$ , où  $N_R$  est le nombre de positions eulériennes régulièrement espacées dans  $I_R$ . Nous avons tracé sur la figure C.8 les profils radiaux aux instants 350, 400, 450, 500 et 550 ps de ces amplitudes de perturbation pour le mode d'initialisation  $l_0 = 24$  et ceux de l'harmonique  $p = 2l_0$ . Les positions du front d'ablation (droites verticales) ont été déterminées par le rayon moyen du contour d'ablation sans champ :  $\langle R_{hs}(t) \rangle$  de la formule (4.2); elles sont quasiment chaque fois confondues avec les positions avec champ, comme le suggère les différences ténues entre les contours d'ablation sur la figure 4.20.

Les résultats avec champs auto-générés, en pointillés, sont quasiment toujours confondus avec les profils sans champ et témoignent de la passivité du champ généré dans cette

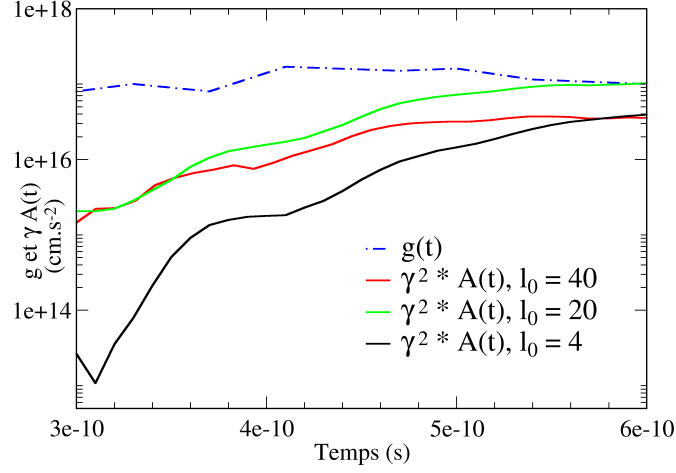
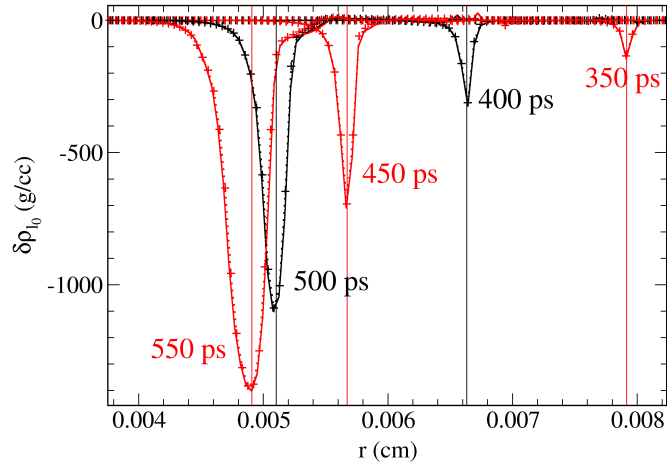
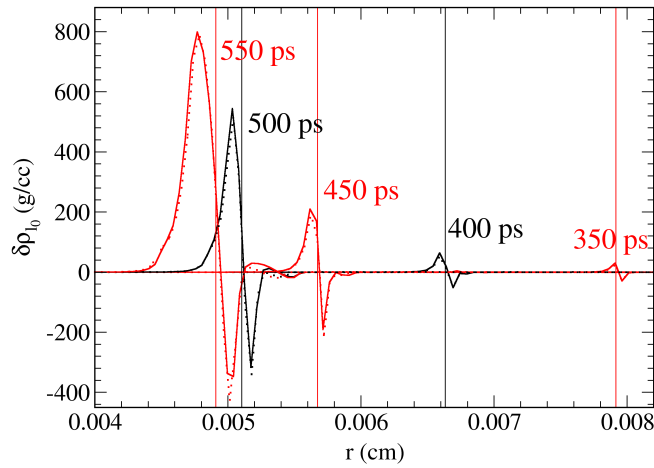


FIGURE C.7 – Évolution de  $\ddot{A}(t)$  pour plusieurs modes d'initialisation  $l_0$  (en bleu) et comparaison à l'accélération  $g(t)$  (en noir).

phase du processus de FCI. Toutefois, on peut constater que la représentation eulérienne des perturbations n'est pas adaptée. Pour certains  $r_i$ , selon  $\theta$ , on peut se trouver dans un ventre ou un pic du profil de densité. Les profils selon  $\theta$  à  $r_i$  fixés peuvent ainsi se rapprocher de fonctions crénelées, comme des polynômes de Legendre dont l'amplitude aurait été tronquée. Malgré la conservation de l'information relative au numéro de mode, on perd celle sur l'amplitude de chaque mode en surestimant notamment celle du mode principal, comme on le montre sur la figure C.9.



Mode principal  $l_0$ .



Harmonique  $p = 2l_0$ .

FIGURE C.8 – Profils radiaux des amplitudes des modes  $l_0 = 24$  et de l'harmonique  $p = 2l_0$  issues du spectre de Legendre des profils eulériens de densité autour du front d'ablation. Les lignes pleines correspondent aux simulations sans l'activation des champs auto-générés et les lignes en pointillés à celles qui prennent en compte leur génération. Les positions du front d'ablation sont représentées à chaque temps par les droites verticales.



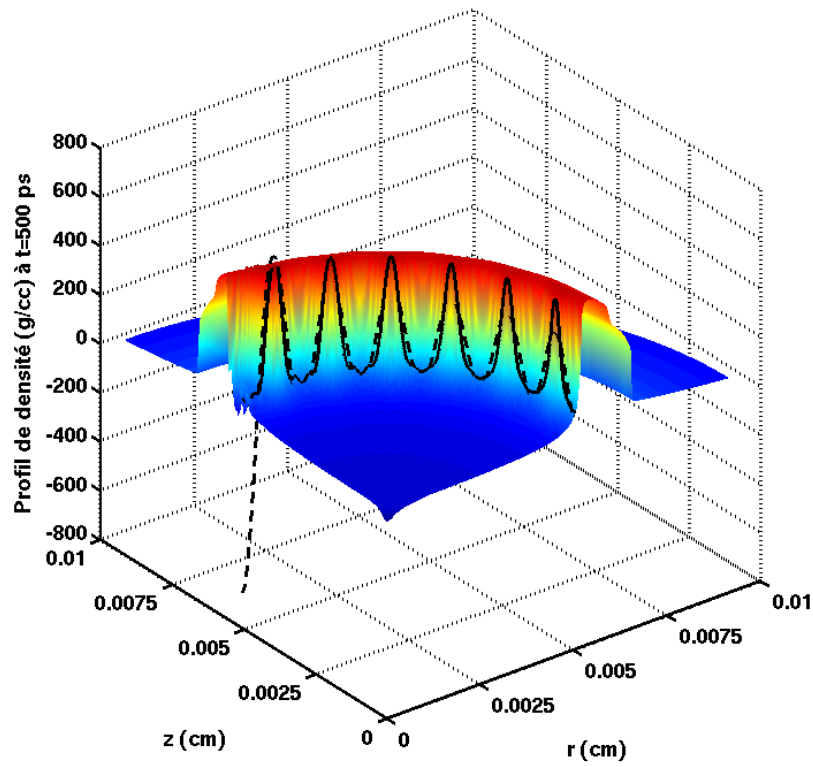


FIGURE C.9 – Surestimation de l'amplitude du mode d'initialisation de la perturbation dans la décomposition en mode de Legendre. La ligne continue correspond à un profil eulérien ( $r_i$  fixé) de densité. Sa décomposition en mode de Legendre fournit la contribution du mode d'initialisation représentée en pointillés qui dépasse clairement le profil, ici pour  $t = 500$  ps.



# BIBLIOGRAPHIE

- [1] P. AMENDT, J. D. COLVIN, J. D. RAMSHAW, H. F. ROBEY et O. L. LANDEN : Modified bell-plesset effect with compressibility : Application to double-shell ignition target designs. *Physics of Plasmas*, 10(3):820–829, 2003.
- [2] S. ATZENI et J. MEYER-TER-VEHN : *The Physics of Inertial Fusion : BeamPlasma Interaction, Hydrodynamics, Hot Dense Matter*. Clarendon Press, juin 2004.
- [3] S. ATZENI et M. TEMPORAL : Mechanism of growth reduction of the deceleration-phase ablative rayleigh-taylor instability. *Physical Review E*, 67:057401, mai 2003.
- [4] A. BENUZZI-MOUNAIX : *La fusion nucléaire*. Belin, Paris, 2008.
- [5] I. B. BERNSTEIN : Effect of compressibility on the Rayleigh-Taylor instability. *Physics of Fluids*, 26:453, 1983.
- [6] D. BESNARD, G. BONNAUD et G. SCHURTZ : *La Fusion Thermonucléaire par Laser*. Clarendon Press, 1993.
- [7] R. BETTI, K. ANDERSON, V. N. GONCHAROV, R. L. MCCRORY, D. D. MEYERHOFER, S. SKUPSKY et R. P. J. TOWN : Deceleration phase of inertial confinement fusion implosions. *Physics of Plasmas*, 9:2277, 2002.
- [8] R. BETTI, V. N. GONCHAROV, R. L. MCCRORY, P. SOROTOKIN et C. P. VERDON : Self-consistent stability analysis of ablation fronts in inertial confinement fusion. *Physics of Plasmas*, 3:2122, 1996.
- [9] R. BETTI, V. N. GONCHAROV, R. L. MCCRORY et C. P. VERDON : Growth rates of the ablative Rayleigh-Taylor instability in inertial confinement fusion. *Physics of Plasmas*, 5:1446, 1998.
- [10] R. BETTI, M. UMANSKY, V. LOBATCHEV, V. N. GONCHAROV et R. L. MCCRORY : Hot-spot dynamics and deceleration-phase rayleigh-taylor instability of imploding inertial confinement fusion capsules. *Physics of Plasmas*, 8(12):5257–5267, 2001.
- [11] R. BETTI, C. D. ZHOU, K. S. ANDERSON, L. J. PERKINS, W. THEOBALD et A. A. SOLODOV : Shock ignition of thermonuclear fuel with high areal density. *Physical Review Letters*, 98:155001, Apr 2007.

- [12] S. E. BODNER : Rayleigh-Taylor instability and Laser-Pellet fusion. *Physical Review Letters*, 33(13):761, 1974.
- [13] S. I. BRAGINSKII : Transport properties in a plasma. *Review of Plasma Physics*, 1:205–311, 1965.
- [14] A. B. BUD’KO et M. A. LIBERMAN : Stabilization of the Rayleigh-Taylor instability by convection in smooth density gradient : Wentzel-Kramers-Brillouin analysis. *Physics of Fluids B : Plasma Physics*, 4:3499, 1992.
- [15] B. CANAUD, X. FORTIN, F. GARAUDE, C. MEYER, F. PHILIPPE, M. TEMPORAL, S. ATZENI et A. SCHIABI : High-gain direct-drive target design for the laser mégajoule. *Nuclear Fusion*, 44(10):1118, 2004.
- [16] J. CAO, Z. WU, H. REN et D. LI : Effects of shear flow and transverse magnetic field on Richtmyer-Meshkov instability. *Physics of Plasmas*, 15:042102, 2008.
- [17] J. CAO, Z. WU, H. REN et D. LI : Richtmyer-Meshkov instability of a stratified fluid in transverse magnetic field. *Physics of Plasmas*, 16:062103, 2009.
- [18] C. A. CECCHETTI, M. BORGHESE, J. FUCHS, G. SCHURTZ, S. KAR, A. MACCHI, L. ROMAGNANI, P. A. WILSON, P. ANTICI, R. JUNG, J. OSTERHOLTZ, C. A. PIPAH, O. WILLI, A. SCHIABI, M. NOTLEY et D. NEELY : Magnetic field measurements in laser-produced plasmas via proton deflectometry. *Physics of Plasmas*, 16(4):043102, 2009.
- [19] S. CHANDRASEKHAR : *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*. Dover Publications Inc, 1961.
- [20] J.-M. CLARISSE, S. JAOUEN et P.-A. RAVIART : A godunov-type method in lagrangian coordinates for computing linearly-perturbed planar-symmetric flows of gas dynamics. *Journal of Computational Physics*, 198(1):80–105, 2004.
- [21] R. C. COOK, R. L. MCEACHERN et R. B. STEPHENS : Representative surface profile power spectra from capsules used in nova and omega implosion experiments. *Fusion Technology*, 35:224–228, 1998.
- [22] A. DECOSTER, P. A. MARKOWICH, B. PERTHAME et P.-A. RAVIART : *Modeling of collisions*. Gauthier-Villars, 1998.
- [23] J.-L. DELCROIX et A. BERS : *Physique des lasmas*. CNRS Éditions, 1994.
- [24] B. DESPRÉS : Lagrangian systems of conservation laws. *Numerische Mathematik*, 89(1):99–134, juillet 2001.
- [25] B. T. DRAINE et C. F. MCKEE : Theory of interstellar shocks. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 31(1):373–432, 1993.
- [26] R. P. DRAKE : *High-Energy-Density Physics*. Springer, 2006.
- [27] V. DRÉAN : *Dynamique et stabilité des structures à double fronts d’ablation en fusion par confinement inertiel en attaque directe*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, décembre 2009.
- [28] D. ELBAZ : *Propagation d’un choc dans un milieu hétérogène*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, novembre 2011.
- [29] R. G. EVANS : The influence of self-generated magnetic fields on the Rayleigh-Taylor instability. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 28(7):1021, 1986.

- 
- [30] Y. FISCHER, S. JAOUEN et A. HENROT : Perturbations linéaires d'écoulements monodimensionnels à symétrie plane pour la magnétohydrodynamique. août 2005.
- [31] G. FRALEY : Rayleigh-Taylor stability for a normal shock wave-density discontinuity interaction. *Physics of Fluids*, 29:376, 1986.
- [32] B. FRYXELL, C. C. KURANZ, R. P. DRAKE, M. J. GROSSKOPF, A. BUDDE, T. PLEWA, N. HEARN, J. F. HANSEN, A. R. MILES et J. KNAUER : The possible effects of magnetic fields on laser experiments of rayleigh-taylor instabilities. *High Energy Density Physics*, 6(2):162–165, juin 2010.
- [33] C. L. GARDNER, J. GLIMM, O. MCBRYAN, R. MENIKOFF, D. H. SHARP et Q. ZHANG : The dynamics of bubble growth for Rayleigh-Taylor unstable interfaces. *Physics of Fluids*, 31:447, 1988.
- [34] V. N. GONCHAROV, R. BETTI, R. L. MCCRORY, P. SOROTOKIN et C. P. VERDON : Self-consistent stability analysis of ablation fronts with large froude numbers. *Physics of Plasmas*, 3:1402–1414, 1996.
- [35] A. HATA, K. MIMA, A. SUNAHARA, H. NAGATOMO et A. NISHIGUCHI : Dynamics of self-generated magnetic fields in stagnation phase and their effects on hot spark formation. *Plasma Fusion Res.*, 1:20–26, 2006.
- [36] F. HATTORI, H. TAKABE et K. MIMA : Rayleigh-taylor instability in a spherically stagnating system. *Physics of Fluids*, 29(5):1719–1724, 1986.
- [37] R. L. HOLMES, G. DIMONTE, B. FRYXELL, M. L. GITTINGS, J. W. GROVE, M. SCHNEIDER, D. H. SHARP, A. L. VELIKOVICH, R. P. WEAVER et Q. ZHANG : Richtmyer-Meshkov instability growth : Experiment, simulation and theory. *Journal of Fluid Mechanics*, 389:55–79, 1999.
- [38] W. B. HUBBARD : Studies in stellar evolution. v. transport coefficients of degenerate stellar matter. *Astrophysical Journal*, 146(3):858–870, 1966.
- [39] S. JAOUEN : A purely lagrangian method for computing linearly-perturbed flows in spherical geometry. *Journal of Computational Physics*, 225:464–490, juillet 2007.
- [40] R. J. KINGHAM et A. R. BELL : Nonlocal magnetic-field generation in plasmas without density gradients. *Physical Review Letters*, 88:045004, Jan 2002.
- [41] H. J. KULL : Incompressible description of Rayleigh-Taylor instabilities in laser-ablated plasmas. *Physics of Fluids B : Plasma Physics*, 1:170, 1989.
- [42] J. D. LAWSON : Some criteria for a power producing thermonuclear reactor. *Proceedings of the Physical Society. Section B*, 70(1):6, 1957.
- [43] C. K. LI, F. H. SÉGUIN, J. A. FRENJE, J. R. RYGG, R. D. PETRASSO, R. P. J. TOWN, P. A. AMENDT, S. P. HATCHETT, O. L. LANDEN, A. J. MACKINNON, P. K. PATEL, V. A. SMALYUK, T. C. SANGSTER et J. P. KNAUER : Measuring e and b fields in laser-produced plasmas with monoenergetic proton radiography. *Physical Review Letters*, 97:135003, septembre 2006.
- [44] S. LIBERATORE et S. BOUQUET : Analytical modeling of magnetic Rayleigh-Taylor instabilities in compressible fluids. *Physics of Fluids*, 20:116101, 2008.
- [45] S. LIBERATORE, S. JAOUEN, E. TABAKHOFF et B. CANAUD : Compressible magnetic Rayleigh-Taylor instability in stratified plasmas : Comparison of analytical and numerical results in the linear regime. *Physics of Plasmas*, 16:044502, 2009.

- [46] D. LIVESCU : Compressibility effects on the Rayleigh-Taylor instability growth between immiscible fluids. *Physics of Fluids*, 16:118, 2004.
- [47] V. LOBATCHEV et R. BETTI : Ablative stabilization of the deceleration phase Rayleigh-Taylor instability. *Physical Review Letters*, 85(21):4522, novembre 2000.
- [48] L. MASSE : *Étude linéaire de l'instabilité du front d'ablation en fusion par confinement inertiel*. Thèse de doctorat, Université de Provence Aix-Marseille I, 2001.
- [49] L. MASSE : Stabilizing effect of anisotropic thermal diffusion on the ablative Rayleigh-Taylor instability. *Physical Review Letters*, 98(24):245001, juin 2007.
- [50] für Plasmaphysik MAX-PLANCK-INSITUT : Annual report, 2003.
- [51] E. E. MESHKOV : Instability of the interface of two gases accelerated by a shock wave. *Izv. AN SSSR, Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 4:151–157, 1969.
- [52] K. A. MEYER : Numerical investigation of the stability of a Shock-Accelerated interface between two fluids. *Physics of Fluids*, 15:753, 1972.
- [53] K. O. MIKAEIAN : Effect of viscosity on Rayleigh-Taylor and Richtmyer-Meshkov instabilities. *Physical Review E*, 47(1):375–383, janvier 1993.
- [54] K. MIMA, T. TAJIMA et J. N. LEBOEUF : Magnetic field generation by the Rayleigh-Taylor instability. *Physical Review Letters*, 41(25):1715, décembre 1978.
- [55] J. MORICE et S. JAOUEN : Perturbations linéaires d'écoulements monodimensionnels à géométrie plane, cylindrique et sphérique. Rapport technique CEA-R-6040, 2003.
- [56] M. MURAKAMI, M. SHIMOIDE et K. NISHIHARA : Dynamics and stability of a stagnating hot spot. *Physics of Plasmas*, 2(9):3466–3472, 1995.
- [57] P. NICOLAI, M. VANDENBOOMGAERDE, B. CANAUD et F. CHAIGNEAU : Effects of self-generated magnetic fields and nonlocal electron transport in laser produced plasmas. *Physics of Plasmas*, 7(10):4250–4258, 2000.
- [58] A. NISHIGUCHI : Effects of self-generated magnetic field on rayleigh-taylor instability. *Japanese Journal of Applied Physics*, 41(Part 1, No. 1):326–329, 2002.
- [59] J. NUCKOLLS, L. WOOD, A. THIESSEN et G. ZIMMERMAN : Laser compression of matter to super-high densities : thermonuclear (ctr) applications. *Nature*, 239:139, 1972.
- [60] S. J. ORFANIDIS : *Introduction to Signal Processing, Chapitre 8*. Prentice-Hall, 1995.
- [61] R. D. PETRASSO, C. K. LI, F. H. SEGUIN, J. R. RYGG, J. A. FRENJE, R. BETTI, J. P. KNAUER, D. D. MEYERHOFER, P. A. AMENDT, D. H. FROULA, O. L. LANDEN, P. K. PATEL, J. S. ROSS et R. P. J. TOWN : Lorentz mapping of magnetic fields in hot dense plasmas. *Physical Review Letters*, 103:085001, août 2009.
- [62] Z. QIU, Z. WU, J. CAO et D. LI : Effects of transverse magnetic field and viscosity on the Richtmyer-Meshkov instability. *Physics of Plasmas*, 15:042305, 2008.
- [63] J.-M. RAX : *Physique des Plasmas*. Dunod, août 2005.
- [64] Lord RAYLEIGH : Scientific papers. 2:200, 1900.
- [65] X. RIBEYRE, V. T. TIKHONCHUK et S. BOUQUET : Compressible Rayleigh-Taylor instabilities in supernova remnants. *Physics of Fluids*, 16:4661, 2004.
- [66] R. D. RICHTMYER : Taylor instability in shock acceleration of compressible fluids. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 13(2):297–319, mai 1960.

- 
- [67] J. R. RYGG, F. H. SÉGUIN, C. K. LI, J. A. FRENJE, M. J.-E. MANUEL, R. D. PETRASSO, R. BETTI, J. A. DELETTREZ, O. V. GOTCHEV, J. P. KNAUER, D. D. MEYERHOFFER, F. J. MARSHALL, C. STOECKL et W. THEOBALD : Proton radiography of inertial fusion implosions. *Science*, 319(5867):1223–1225, février 2008.
- [68] H. SAKAGAMI et K. NISHIHARA : Three-dimensional rayleigh-taylor instability of spherical systems. *Physical Review Letters*, 65:432–435, juillet 1990.
- [69] R. SAMTANEY : Suppression of the Richtmyer-Meshkov instability in the presence of a magnetic field. *Physics of Fluids*, 15:L53, 2003.
- [70] J. SANZ et R. BETTI : Analytical model of the ablative rayleigh–taylor instability in the deceleration phase. *Physics of Plasmas*, 12(4):042704, 2005.
- [71] J. SANZ, J. GARNIER, C. CHERFILS, B. CANAUD, L. MASSE et M. TEMPORAL : Self-consistent analysis of the hot spot dynamics for inertial confinement fusion capsules. *Physics of Plasmas*, 12:112702, 2005.
- [72] F. H. SÉGUIN, C. K. LI, M. J.-E. MANUEL, H. G. RINDERKNECHT, N. SINENIAN, J. A. FRENJE, J. R. RYGG, D. G. HICKS, R. D. PETRASSO, J. DELETTREZ, R. BETTI, F. J. MARSHALL et V. A. SMALYUK : Time evolution of filamentation and self-generated fields in the coronae of directly driven inertial-confinement fusion capsules. *Physics of Plasmas*, 19(1):012701, 2012.
- [73] V. A. SHCHERBAKOV : Ignition of a laser-fusion target by a focusing shock wave. *Sovietic Journal of Plasma Physics*, 9:240, 1983.
- [74] L. SPITZER et R. HÄRM : Transport phenomena in a completely ionized gas. *Physical Review*, 89:977–981, mars 1953.
- [75] J. A. STAMPER, K. PAPADOPOULOS, R. N. SUDAN, S. O. DEAN, E. A. MCLEAN et J. M. DAWSON : Spontaneous magnetic fields in laser-produced plasmas. *Physical Review Letters*, 26:1012–1015, avril 1971.
- [76] M. TABAK, J. HAMMER, M. E. GLINSKY, W. L. KRUER, S. C. WILKS, J. WOODWORTH, E. M. CAMPBELL, M. D. PERRY et R. J. MASON : Ignition and high-gain with ultrapowerful lasers. *Physics of Plasmas*, 1(5):1626–1634, 1994.
- [77] H. TAKABE, K. MIMA, L. MONTIERTH et R. L. MORSE : Self-consistent growth rate of the Rayleigh-Taylor instability in an ablatively accelerating plasma. *Physics of Fluids*, 28:3676, 1985.
- [78] G. TAYLOR : The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 201(1065):192–196, mars 1950.
- [79] M. TEMPORAL, S. JAOUEN, L. MASSE et B. CANAUD : Hydrodynamic instabilities in ablative tamped flows. *Physics of Plasmas*, 13(12):122701, 2006.
- [80] J. J. THOMSON, C. E. MAX et K. ESTABROOK : Magnetic fields due to resonance absorption of laser light. *Physical Review Letters*, 35:663–667, septembre 1975.
- [81] D. A. TIDMAN et R. A. SHANNY : Field-generating thermal instability in laser-heated plasmas. *Physics of Fluids*, 17:1207–1210, juin 1974.
- [82] V. T. TIKHONCHUK : Cours de master 1 : Physique des plasmas, ondes et particules., 2006.

- [83] R. P. J. TOWN et A. R. BELL : Three-dimensional simulations of the implosion of inertial confinement fusion targets. *Physical Review Letters*, 67:1863–1866, septembre 1991.
- [84] M. TRICOTTET : *Instabilité de Rayleigh-Taylor effets de la compressibilité, des non-Linéarités et application à une expérience d'astrophysique de laboratoire*. Thèse de doctorat, Université, 2004.
- [85] M. VANDENBOOMGAERDE, C. MÜGLER et S. GAUTHIER : Impulsive model for the Richtmyer-Meshkov instability. *Physical Review E*, 58(2):1874, 1998.
- [86] A. L. VELIKOVICH : Analytic theory of Richtmyer-Meshkov instability for the case of reflected rarefaction wave. *Physics of Fluids*, 8:1666, 1996.
- [87] E. S. WEIBEL : Spontaneously growing transverse waves in a plasma due to an anisotropic velocity distribution. *Physical Review Letters*, 2:83–84, Feb 1959.
- [88] V. WHEATLEY, D. I. PULLIN et R. SAMTANEY : Stability of an impulsively accelerated density interface in magnetohydrodynamics. *Physical Review Letters*, 95(12):125002, 2005.
- [89] L. WILLINGALE, A. G. R. THOMAS, P. M. NILSON, M. C. KALUZA, S. BANDYOPADHYAY, A. E. DANGOR, R. G. EVANS, P. FERNANDES, M. G. HAINES, C. KAMPERIDIS, R. J. KINGHAM, S. MINARDI, M. NOTLEY, C. P. RIDGERS, W. ROZMUS, M. SHERLOCK, M. TATARAKIS, M. S. WEI, Z. NAJMUDIN et K. KRUSHELNICK : Fast advection of magnetic fields by hot electrons. *Physical Review Letters*, 105:095001, Aug 2010.
- [90] M. WOLFF : *Analyse mathématique et numérique du système de la magnétohydrodynamique résistive avec termes de champ magnétique auto-généré*. Thèse de doctorat, Université de Strasbourg, 2011.
- [91] J. G. WOUCHUK et K. NISHIHARA : Linear perturbation growth at a shocked interface. *Physics of Plasmas*, 3:3761, 1996.
- [92] Y. YANG, Q. ZHANG et D. H. SHARP : Small amplitude theory of Richtmyer-Meshkov instability. *Physics of Fluids*, 6:1856, 1994.
- [93] Q. ZHANG et S.-I. SOHN : An analytical nonlinear theory of Richtmyer-Meshkov instability. *Physics Letters A*, 212(3):149–155, mars 1996.



# INDEX

<b>A</b>	
ablation .....	9
<b>B</b>	
$\beta$ (paramètre) .....	13
Braginskii	
coefficients de transport .....	23
relations de fermeture .....	22, 23
<b>C</b>	
champs magnétiques auto-générés	
phase d'accélération .....	82
phase de décélération .....	110, 111
terme source .....	26, 81
conductivité thermique	
Braginskii .....	23
Spitzer .....	19
critère de Lawson .....	6
<b>D</b>	
dispersion (relation de)	
phase d'accélération	
adaptation du modèle de Masse ..	96
avec et sans champ .....	88
phase de décélération	
sans champ .....	105
<b>E</b>	
équations de conservation .....	17, 18
équations de Maxwell .....	19
Evans (estimation de) .....	34
phase de décélération .....	110
<b>F</b>	
FCI2	
description .....	66
limiteur de flux .....	67, 71
fermeture de Braginskii .....	22
flux de chaleur .....	19
fréquence de collision	
électron-ion .....	19
fréquence de giration cyclotronique .....	13
Froude (nombre de)	
définition .....	32, 69
phase d'accélération .....	70
<b>G</b>	
Goncharov-Betti	
modèle .....	43
procédure .....	77
<b>H</b>	
HADES	
description .....	102
initialisation .....	102
Hall	
effet .....	26
paramètre .....	22
définition .....	13, 118
phase d'accélération .....	86, 95
phase de décélération .....	112
harmoniques	

- phase d'accélération .....87
- phase de décélération ..... 107
- I**
- instabilité de Rayleigh-Taylor .....12, 30
  - au front d'ablation .....32, 43, 45
  - modélisation « classique » .....35
- instabilité de Richtmyer-Meshkov ...12, 27
  - problème linéarisé .....37
- IRM magnétique
  - comparaison au modèle de Qiu .....60
  - comportement
    - $\mathbf{B} \parallel \mathbf{D}$  ..... 59
    - $\mathbf{B} \perp \mathbf{k}$  ..... 60
  - configurations .....56
  - équations linéarisées ..... 55
- L**
- Larmor (rayon de) ..... 13
- Lawson (critère de) .....6
- linéarisation
  - équations MHD .....47
  - IRM .....37
  - IRT classique .....35
  - Wouchuk ..... 40
- loi d'Ohm généralisée ..... 20
  - en MHD idéale .....27
  - selon Braginskii .....24
- LPC-MHD
  - description .....58
- M**
- Masse (modèle de) ..... 45
  - auto-génération de champ .....90
- MHD .....19
  - hypothèses .....19
  - idéale .....27
  - selon Braginskii .....24
- modèle impulsif ..... 27
- modèle impulsif magnétisé .....29
- N**
- Nernst
  - effet ..... 26
  - influence en phase de décélération .113
- P**
- paramètre  $\beta$  ..... 13
- perturbations
  - phase d'accélération
    - amplitude avec champ ..... 86
    - amplitude sans champ ..... 75
    - initialisation ..... 72
  - phase de décélération
    - amplitude .....105, 107
    - initialisation ..... 102
- phase d'accélération .....10
- phase de décélération ..... 10
- point chaud
  - contours avec et sans champ ..... 118
  - rayon .....102
- pression magnétique .....6
- Q**
- Qiu
  - modèle .....52
  - comparaison .....60
- R**
- ray-tracing
  - couplage aux perturbations ..... 71
- rayon de Larmor ..... 13
- Reynolds magnétique (nombre de)
  - définition .....26, 82
  - phase d'accélération ..... 84
- Righi-Leduc (effet) ..... 24
- T**
- taux de croissance
  - classique .....31
  - phase d'accélération
    - avec champ ..... 86
    - sans champ ..... 75
  - phase de décélération ..... 107
- Takabe ..... 32
- Takabe-Bodner ..... 32
- W**
- Wouchuk (équation d'évolution des perturbations) ..... 40